Depósito Legal Nro.: 202310620
+51 932 604 538
contacto@editorialmarcaribe.es

ISBN: 978-612-5124-21-0
9 786125 124210

MAR CARIBE
EDITORIAL

LIBRO DE INVESTIGACIÓN

EL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

CONCEPCIONES Y ENSEÑANZA EN EL AULA DE CLASES

MARÍA MAURA CÁMAC TIZA - MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR - TEODULO AQUILINO REYES SANTOS - EDITH SILVA RUBIO - ROBERT ANGEL URBINA MEDINA - ANGELINO ABAD RAMOS CHOQUEHUANCA

El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases

María Maura Cámac Tiza, Marisol Paola Delgado Baltazar, Teodulo Aquilino Reyes Santos, Edith Silva Rubio, Robert Angel Urbina Medina, Angelino Abad Ramos Choquehuanca

Jefe de arte: Yelitza Sánchez

Diseño de cubierta: Yelitza Sánchez

Ilustraciones: Ysaelen Odor

Editado por: Editorial Mar Caribe de Josefrank Pernalete Lugo

Jr. Leoncio Prado, 1355 – Magdalena del Mar, Lima-Perú. RUC: 15605646601

Libro electrónico disponible en http://editorialmarcaribe.es/?page_id=1911

Primera edición – octubre 2023

Formato: electrónico

ISBN: 978-612-5124-21-0

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N°: 202310620

El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases

María Maura Cámac Tiza

Marisol Paola Delgado Baltazar

Teodulo Aquilino Reyes Santos

Edith Silva Rubio

Robert Angel Urbina Medina

Angelino Abad Ramos Choquehuanca

República de Perú, Año 2023

Tabla de Contenido

Prólogo

El proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los espacios de aprendizaje, especialmente en la educación primaria y secundaria, se ha convertido en los últimos años en una tarea sumamente compleja y fundamental en todo sistema educativo. Probablemente no exista sociedad que no cuente en su estructura educativa con un currículo relacionado con la educación matemática. Los profesores de matemáticas y las ciencias exactas a menudo enfrentan demandas de enseñanza innovadoras y transformadoras, que requieren una mayor atención por parte de quienes participan en la investigación en educación matemática y, sobre todo, el desarrollo de módulos de enseñanza para el tratamiento de líneas de investigación en matemáticas aplicadas.

Si bien es cierto que la mayor parte de los escritos sobre educación matemática se ocupan de la enseñanza, dejando poco espacio para la reflexión sobre la enseñanza, también es cierto que muchas ideas didácticas se han desarrollado y consolidado en los últimos años. Por ejemplo, incluyen la resolución de problemas, el aprendizaje basado en proyectos, la enseñanza en el aula, los juegos en educación matemática, los experimentos matemáticos, las demostraciones, las aplicaciones y sus procesos de modelado. La fundamentación teórica de cada uno de estos conceptos de enseñanza y por supuesto de aprendizaje es muy amplia y se nutre principalmente de diversas disciplinas relacionadas con la pedagogía, la didáctica y los campos relacionados con las matemáticas.

Los educadores matemáticos creen que los estudiantes deben adquirir diferentes formas de conocimiento matemático en diferentes situaciones y para diferentes situaciones, tanto para su posterior aplicación como para reforzar estrategias didácticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por supuesto, esto requiere una búsqueda profunda de métodos de enseñanza adecuados y métodos especialmente adecuados para mejorar la calidad de la enseñanza. Los métodos y técnicas mencionados se pueden dividir en grandes grupos, lo que será uno de los objetivos de este trabajo.

Las matemáticas se aprenden de muchas maneras y a través de muchos medios, cada uno con su propia función; uno de ellos, el lenguaje más frecuente y directamente utilizado, es el lenguaje natural. Hoy en día, la computadora y sus programas relacionados se han convertido en el entorno artificial más popular para tratar diversos temas matemáticos, desde juegos y actividades en educación matemática elemental hasta teorías y el concepto matemático es complejo, especialmente en el campo de aplicación. Estas herramientas ayudan a los docentes a lograr buenos resultados en el desarrollo del proceso educativo y pedagógico.

La educación puede caracterizarse como un proceso activo que no solo requiere el dominio de la disciplina, en nuestro caso, el conocimiento matemático básico que debería funcionar con los estudiantes y aquellos que apoyan o explican los conceptos pequeños y estrictos necesarios para comprender el mundo de las matemáticas. El dominio suficiente de un conjunto de habilidades y habilidades necesarias para el buen trabajo de nuestro trabajo como maestros de matemáticas.

En este sentido, trataremos de presentarnos la ayuda de varios autores, algunos de los cuales están dedicados a los pensamientos sobre la didáctica de las matemáticas y otros para trabajar en aspectos generales relacionados con la metodología de enseñanza y la pedagogía, algunos aspectos de la enseñanza de las matemáticas , sin olvidar la importancia del aprendizaje que se consideró ampliamente en otro trabajo sobre este tema: los fundamentos en la educación matemática. Aquí nos dedicaremos al desarrollo de algunos conceptos destacados en la enseñanza de las matemáticas, principalmente los modelos y herramientas básicos para el aprendizaje de las matemáticas en las escuelas y las competencias básicas que deben tener los profesores de matemáticas, según las últimas investigaciones desarrolladas en este campo.

Desde la implementación integral de los valores prescritos para los maestros, hasta el desarrollo del pensamiento lógico matemático entre los estudiantes de los primeros ciclos educativos, una contribución que el maestro controla como una idea. Comentarios sobre la lógica matemática y el desarrollo humano. En este sentido, aunque el guía asigna el gran valor de la observación sistemáticamente por el proceso cognitivo, de motivación, juego y de innovación de los niños en el campo del desarrollo matemático del pensamiento lógico en los niños, la realidad es que todo esto se generaliza mediante la realización de actividades con niños, niñas y adolescentes, como operaciones básicas de cálculo, representación analítica y lenguaje matemático, fuera del contexto sociocultural del estudiante y que dista del logro de objetivos para el desarrollo efectivo del pensamiento matemático.

El profesorado se muestra crítico, admitiendo que muchas de las barreras que plantean para acceder a estos contenidos se deben a la falta de recursos materiales para llevar a cabo una mediación efectiva, así como a graves deficiencias en el proceso de formación inicial o profesional en este campo. Aún queda mucho trabajo por hacer en términos de formación continua y profunda de los docentes en esta área para liderar verdaderamente el proceso de organización y mejora efectiva de la enseñanza, especialmente en lo que respecta al desarrollo de los conceptos de lógica y matemática en la edad preescolar. No cabe duda de que la calidad de la formación docente en sinergia con la voluntad y la creatividad, determinará el éxito de las actividades pedagógicas encaminadas a alcanzar el acoplamiento de las inteligencias múltiples.

La filosofía del pensamiento lógico sobre lo que constituye la actividad matemática tienen una fuerte influencia, a veces más dinámica de lo que se imagina, en actitudes profundas hacia la educación matemática. La reforma matemática moderna del siglo XXI es la continuidad en el apogeo del movimiento del formalismo matemático. No es arriesgado pensar a priori en la causalidad y, de hecho, algunas personas particularmente influyentes en el movimiento de Dieudonné, desempeñaron papeles importantes en el trabajo matemático.

La actividad científica implica generalmente el estudio de determinadas estructuras de la realidad, entendida en sentido amplio como la inteligencia espacial asociada con las inteligencias múltiples. La actividad matemática encuentra un cierto tipo de estructura que está sujeta a tratamientos simbólicos especiales y adecuados que permiten una representación efectiva desde el punto de vista de la actividad racional estricta que requiere el consentimiento de quienes están sujetos a lo cultural, es decir, la etnomatemática; pues controla eficazmente la realidad a la que se dirige, primero un modelo mental adecuadamente construido y luego, si es necesario, una realidad con investigación acción participativa de docentes y estudiantes.

Según este punto de vista, el conocimiento que tienen los docentes sobre el desarrollo del pensamiento matemático y lógico en los estudiantes en edades tempranas es relevante al considerar que este es precisamente una parte del todo, agentes que intervienen en el desarrollo de este pensamiento. Además de mantener un enfoque crítico en la elección de formas y estrategias de enseñanza, que según los autores de este libro, deben ser creativas y motivadoras para el aprendizaje.

CAPÍTULO 1

El pensamiento lógico matemático: concepciones

A lo largo de la historia humana, el uso del pensamiento lógico matemático ha jugado un papel crucial en el crecimiento intelectual. Esto se debe a que las ciencias matemáticas son ampliamente reconocidas como un código y lenguaje universal, lo que permite una comunicación efectiva entre diversas comunidades y culturas. Mediante el empleo de principios matemáticos, las personas de diversos orígenes pueden unirse en su búsqueda de una comprensión científica e integral de numerosos fenómenos globales.

Es crucial centrarse en el desarrollo de habilidades lógico-matemáticas en los bebés, ya que juega un papel importante para ayudarlos a resolver conflictos de manera efectiva y hacer uso de herramientas prácticas. Al fomentar estas habilidades, los niños pueden pensar críticamente y tomar decisiones basadas en criterios técnicos. También pueden realizar cálculos matemáticos, clasificar objetos, conceptos abstractos, comprender números y establecer conexiones entre diferentes objetos o ideas. Asimismo, el desarrollo del pensamiento lógico en los bebés se apoya mediante actividades como agrupar elementos, ordenarlos, contar y analizar aspectos espaciales y temporales.

Cuando se habla del pensamiento lógico involucrado en las matemáticas, a menudo se hace referencia al uso deliberado de ciertos aspectos de la personalidad de una persona (Oliver y Cerecedo, 2008). Esto significa que cada individuo tiene la opción de elegir un método particular para emplear su capacidad de calcular, medir y percibir el espacio. Además, tienen la capacidad de articular y debatir eventos utilizando un marco matemático.

Desde sus inicios, el concepto de pensamiento lógico matemático ha suscitado numerosas discusiones sobre su origen, lo que ha tenido importantes implicaciones para las prácticas docentes de los educadores matemáticos. Estos debates han llamado la atención sobre las limitaciones de las estrategias de enseñanza tradicionales que a menudo dificultan el desarrollo óptimo de este estilo de pensamiento en los estudiantes. A medida que surgen diversas perspectivas en torno a la definición del pensamiento lógico matemático, se vuelve fundamental identificar los enfoques más eficientes para fomentar su adquisición y comprensión en el campo de la educación matemática.

El pensamiento lógico matemático va más allá del ámbito de las matemáticas y extiende su influencia a otras áreas del conocimiento. Sirve como base para el aprendizaje en materias como ciencias naturales, ciencias sociales y lenguaje. La capacidad de pensar lógica y matemáticamente permite a los estudiantes analizar e interpretar datos, hacer conexiones entre diferentes conceptos y formular argumentos lógicos. Esto no solo mejora su desempeño académico, sino que también los equipa con habilidades valiosas que se pueden aplicar en diversas situaciones de la vida real.

En el currículo escolar, el pensamiento lógico matemático está integrado en diferentes materias, lo que permite a los estudiantes ver la interconexión del conocimiento. Al enfatizar la importancia del razonamiento lógico y el pensamiento matemático en todas las disciplinas, los educadores tienen como objetivo fomentar las habilidades de pensamiento crítico y promover el aprendizaje holístico. Este enfoque reconoce que el pensamiento lógico matemático no se limita a resolver ecuaciones o realizar pruebas geométricas, sino que es una habilidad cognitiva fundamental que permite a las personas navegar y dar sentido al mundo que les rodea.

El pensamiento lógico matemático juega un papel crucial en la adquisición y consolidación de diversas habilidades matemáticas. Este tipo de pensamiento sirve como eje transversal, lo que permite a las personas desarrollar diferentes tipos de pensamientos matemáticos, incluido el pensamiento aritmético, algebraico, geométrico, numérico y variacional (Bolaño, 2020). Al aplicar este conjunto de habilidades, los estudiantes pueden mejorar sus habilidades para resolver problemas y profundizar su comprensión de los conceptos matemáticos.

Por lo tanto, el pensamiento lógico matemático sirve como eje transversal en el aprendizaje y consolidación de diversas habilidades matemáticas. Su aplicación conduce al desarrollo de diferentes tipos de pensamiento matemático y mejora la capacidad de resolución de problemas. Además, el pensamiento lógico matemático constituye la base para la adquisición de conocimientos en otras áreas del currículo escolar, como las ciencias naturales, las ciencias sociales y el lenguaje. Al nutrir este tipo de pensamiento, los educadores tienen como objetivo cultivar habilidades de pensamiento crítico y equipar a los estudiantes con herramientas valiosas para el aprendizaje permanente.

Asimismo, la capacidad de pensar lógica y matemáticamente no es solo una habilidad simple, sino una competencia crucial que permite a las personas navegar y funcionar de manera efectiva dentro de la sociedad. Esta competencia faculta a las personas para enfrentar los diversos desafíos y obstáculos que se encuentran en la vida cotidiana mediante el empleo de procesos analíticos para analizar, comprender, deducir y tomar decisiones informadas. La capacidad de pensamiento lógico matemático se extiende más allá de los meros cálculos numéricos o conceptos matemáticos y abarca una amplia gama de conocimientos y contextos de la vida diaria. Por lo tanto, es importante reconocer que este tipo de pensamiento debe entenderse de manera integral, ya que impregna casi todos los aspectos de las acciones humanas.

El concepto de pensamiento lógico matemático se basa en la creencia de que los bebés participan en diversas actividades mentales que implican el cálculo como una herramienta clave para la toma de decisiones y la resolución de problemas en situaciones específicas. Para que un niño se adapte eficazmente a su entorno y analice datos o evalúe medidas, magnitudes, pesos, cantidades o cualquier otra variable relevante, es importante diferenciar los diferentes componentes de este tipo de pensamiento.

El pensamiento lógico-matemático consta de ocho componentes que forman la base para el aprendizaje de las matemáticas en el desarrollo de la primera infancia:

- La comparación: La capacidad de pensar lógica y matemáticamente permite a las personas reconocer y analizar similitudes y diferencias entre varios aspectos de su entorno. Esto implica comparar y contrastar diferentes variables, lo que requiere considerar las propiedades y atributos que exhiben los elementos que se observan.

- La clasificación: Este aspecto particular del pensamiento matemático se refiere a la habilidad de formar asociaciones entre diferentes elementos basados en criterios específicos que son relevantes para cada situación individual.

- La correspondencia uno a uno: Otra actividad mental que se realiza cuando se aplica el pensamiento lógico matemático implica el emparejamiento preciso de elementos de un conjunto con elementos de otro conjunto. El propósito de este procedimiento es establecer una correspondencia biunívoca entre las variables. Al hacerlo, podemos analizar y comprender las relaciones y conexiones entre los elementos dentro de los conjuntos de manera más integral. Este proceso requiere una consideración cuidadosa y un pensamiento sistemático para garantizar que cada elemento de un conjunto coincida con precisión con un elemento correspondiente del otro conjunto.

  A través de este ejercicio, podemos profundizar en los patrones y estructuras intrincados que existen dentro de los conjuntos, lo que nos permite obtener información valiosa y sacar conclusiones significativas. En general, el emparejamiento puntual de conjuntos es un aspecto fundamental del pensamiento lógico matemático, facilitando la exploración y comprensión de conceptos matemáticos complejos.

- La seriación: Este elemento en particular está íntimamente relacionado con la aptitud para identificar patrones o semejanzas dentro de una colección de datos. En otras palabras, por medio de la serialización, el individuo es capaz de establecer un arreglo sistemático de los elementos que se analizan, dependiendo del descubrimiento de un patrón distinto que debe descubrirse.

- El conteo verbal: Este método particular de contar implica el acto de recitar una secuencia específica de números únicamente de memoria. En esencia, requiere la capacidad de almacenar y recordar mentalmente una serie de datos, así como articularlos verbalmente.

- El conteo estructurado: Este proceso cognitivo implica asignar una etiqueta a cada componente individual de un conjunto de información y, al mismo tiempo, contarlos.

- El conteo resultante: Esta etapa ocurre cuando el alumno asigna etiquetas específicas a un conjunto determinado, y la etiqueta final representa la cantidad correcta de todo el conjunto.

- El conocimiento general de los números: El aspecto final sugiere que el aprendiz posee la capacidad de aplicar las habilidades que ha adquirido en diversas situaciones o contextos prácticos donde se le requiere abordar problemas directamente relacionados con los cálculos numéricos.

En contraste, el pensamiento lógico matemático comprende varios elementos que permiten a las personas utilizar estas habilidades de manera efectiva en tareas como cálculos, ordenar y hacer conexiones entre conjuntos. Estos componentes juegan un papel crucial en la configuración del proceso de pensamiento y el establecimiento de relaciones entre los objetos. Además, la inclusión de factores adicionales como la autorregulación, la asunción de roles y la distinción de símbolos contribuye aún más al desarrollo integral de las funciones cognitivas en los niños. Estos factores también juegan un papel vital para facilitar la adquisición de conocimientos matemáticos fundamentales durante los primeros años de la educación de un niño.

Desde una perspectiva amplia, las teorías desarrolladas por Jean Piaget sugieren que los infantes deben adquirir conocimientos específicos para desarrollar el pensamiento lógico matemático. Esto incluye comprender conceptos como clasificación, comparación, seriación y correspondencia uno a uno entre conjuntos de datos. La comprensión de estos conceptos es crucial para la formación y refuerzo del concepto de números. Por lo tanto, se vuelve aún más beneficioso para los estudiantes cuando están expuestos a una estimulación temprana y adecuada para mejorar sus habilidades de cálculo individuales y el uso eficaz de las operaciones lógicas.

Las etapas y estadios del pensamiento lógico matemático

La mirada clásica respecto a la forma en la que se produce y desarrolla el pensamiento lógico matemático deriva la concreción de una serie de etapas secuenciales que suceden en diversos estadios del crecimiento de los infantes (Mora, 2003). En efecto, Piaget indicaba la presencia de cuatro etapas básicas del pensamiento lógico matemático infantil: la primera etapa correspondía con la actividad sensoriomotoras, comprendida entre los 0 y 2 años de edad en la que las estructuras cognitivas del niño se correspondían con la acción sensorial y aprehensión de destrezas motoras.

Seguidamente, el niño se introduce en la etapa preoperacional entre los 2 y 7 años, donde se enaltece una mayor actividad interactiva entre los sujetos en función de los objetos del entorno, luego, durante los 7 y 9 años el niño experimenta la etapa operacional concreta, donde su conocimiento se flexibiliza y demuestra su capacidad para hacer abstracciones en torno a los símbolos y representaciones mediante las cuales asocia los contenidos; por último, a partir de los 11 años el niño comienza a actuar en una etapa operacional formal, y es cuando puede aplicar pensamiento lógico en diferentes situaciones de convivencia. con relación a estos antecedentes, las perspectivas más actuales acerca de las etapas o estadios del pensamiento lógico matemático coinciden en la concepción de que el aprendizaje y conocimiento de elementos matemáticos en el niño se va produciendo de acuerdo con la fase evolutiva en la que se encuentre el infante, dado que, paulatinamente a medida que el niño crece, su conocimiento se va enriqueciendo y ajustando para percibir el contexto de una forma cada vez más compleja.

Según Laínez (2017), existen cuatro etapas clave que se pueden observar en el desarrollo del pensamiento lógico matemático:

- La alineación es el posicionamiento y disposición de un grupo de objetos en una dimensión específica, donde los objetos se eligen de manera diversa y variada.
- Los objetos colectivos son agrupaciones de elementos de dos o tres dimensiones que comparten similitudes geométricas, formando una colección basada en estas consideraciones.
- En este punto, tres objetos pueden clasificarse como complejos cuando comparten similitudes en cuanto a las formas o figuras que representan, lo que indica una gama de variaciones.
- En el ámbito de las colecciones no figurativas, profundizamos ahora en el examen de los momentos diferenciales que se relacionan principalmente con la disposición de los objetos en pares, así como las intrincadas agrupaciones formadas entre conjuntos, que posteriormente dan lugar a más subagrupaciones.

Estas cuatro etapas de desarrollo están organizadas en una secuencia natural basada en cómo un niño percibe los estímulos en su entorno. Inicialmente, el niño comienza alineando objetos de dimensiones específicas, luego progresa a agrupar objetos colectivos con dimensiones más grandes, incorporando asociaciones geométricas y espaciales. Posteriormente, el niño pasa a manipular objetos complejos, enfocándose en representar diversas formas y figuras de forma independiente. Por último, el niño avanza a la etapa de colección no figurativa, donde genera grupos con mayor dificultad en comparación con sus representaciones anteriores en etapas anteriores.

Además, en el contexto de Zapatera (2018), el cultivo del pensamiento lógico matemático se facilita a través de una progresión secuencial de tres etapas distintas. Estas etapas son fundamentales para fomentar la capacidad del bebé para reconocer y extrapolar patrones. Sin embargo, es crucial que el bebé navegue con éxito a través de las etapas posteriores para desarrollar completamente esta habilidad cognitiva:

- Durante la etapa inicial del desarrollo cognitivo, los niños son capaces de identificar patrones específicos dentro de una serie de información, pero aún no son capaces de integrar estructuras numéricas o espaciales en sus representaciones mentales.
- Hay una segunda etapa de desarrollo en los infantes donde comienzan a reconocer no solo los patrones cuantitativos que han observado antes, sino también los aspectos numéricos y espaciales que les ayudan a comprender mejor la información que reciben de su entorno.
- En este tercer nivel cognitivo, el niño desarrolla la capacidad de realizar operaciones mentales que implican la capacidad de revertir ciertos procesos. Esta nueva reversibilidad del pensamiento permite que el niño se convierta en un individuo más adaptable y versátil, capaz de responder con eficacia a las distintas situaciones que se le presenten.

A través de estos argumentos, podemos observar el crecimiento y desarrollo gradual de la comprensión de un niño. Comienza con su comprensión inicial del mundo físico que los rodea y luego progresa hacia la participación en interacciones sociales dentro de su entorno. Eventualmente, llegan a una etapa en la que su conocimiento se expande para incluir la aplicación de conceptos matemáticos y lógicos. Esto les permite distinguir entre diferentes variables, construir modelos mentales y realizar cálculos o manipulaciones utilizando asociaciones numéricas o métricas.

Similar al proceso de desarrollo mental individual, el pensamiento lógico matemático progresa desde momentos operativos básicos hasta niveles más altos de pensamiento en términos de cantidades o medidas. Este enfoque del pensamiento está estrechamente relacionado con el uso del razonamiento lógico y la aplicación de estrategias numéricas para resolver diversos problemas. El desarrollo del pensamiento lógico matemático, además que mejora la inteligencia matemática de un individuo, también juega un papel crucial en su viaje académico y experiencial. No solo mejora sus habilidades numéricas, sino que también les ayuda a comprender conceptos, establecer relaciones lógicas, utilizar cuantificadores y proporciones y formular hipótesis. Así, se puede argumentar que este enfoque de pensamiento sirve como marco mental para el pensamiento esquemático y técnico.

El desarrollo del pensamiento lógico matemático involucra varios subprocesos, que se pueden clasificar en diferentes tipos, cada uno de los cuales abarca elementos específicos para un pensamiento eficaz. Un aspecto importante es el desarrollo del pensamiento espacial, que implica actividades cognitivas que crean representaciones mentales de objetos en un entorno espacial y la comprensión del conocimiento geométrico.

Otro aspecto crucial es el desarrollo del pensamiento sobre los sistemas numéricos, que se centra en la comprensión, el uso y el significado de los números, así como en la aplicación de operaciones matemáticas y su conexión con los números. Además, el desarrollo del pensamiento métrico es esencial para evaluar y probar magnitudes, valores y sistemas métricos. El pensamiento métrico no solo contribuye al pensamiento lógico matemático sino que también mejora las habilidades ciudadanas del estudiante y su interacción con el colectivo.

El desarrollo del pensamiento aleatorio, por otro lado, implica aplicar el azar y lidiar con situaciones que carecen de patrones específicos. Se basa en conceptos de teorías de probabilidad y estadísticas inferenciales para encontrar soluciones a dilemas ambiguos. Por último, el desarrollo del pensamiento variacional implica la manipulación de sistemas algebraicos y analíticos dentro del pensamiento matemático. Reconocer y caracterizar la variación o el cambio en diferentes contextos es un componente crucial del pensamiento lógico matemático. Para fomentar este tipo de pensamiento, es importante involucrar a los estudiantes activamente en situaciones en las que describen, modelan datos y los representan utilizando diferentes formas simbólicas, como descripciones verbales, íconos, gráficos o símbolos algebraicos.

La progresión de estos subprocesos contribuye a la consolidación del razonamiento matemático, lo que, en términos de educación, requiere una comprensión más profunda de las estrategias de instrucción empleadas por los maestros para mejorar este razonamiento en los niños. A lo largo de la historia, los enfoques educativos para la enseñanza de conceptos matemáticos han enfatizado consistentemente el uso de actividades lúdicas como un medio para que los docentes faciliten la adquisición de conocimientos en estas materias y fomenten el crecimiento del razonamiento matemático. Sin embargo, incluso hoy en día, los educadores continúan lidiando con el desafío de encontrar nuevas vías o marcos más flexibles que apoyen de manera efectiva el desarrollo intelectual de los estudiantes.

En relación con este tema, es importante señalar que el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los niños se puede potenciar a través de enfoques constructivistas en la educación. Estos enfoques implican diversas tácticas para la enseñanza de las matemáticas, como el uso de estrategias de gestión.

Estas estrategias implican motivar el aprendizaje de ciertas operaciones matemáticas mediante la incorporación de materiales como papel, piedras, canicas y otros objetos tangibles. Asimismo, se emplean estrategias de control para facilitar la comprensión de los estudiantes de los contenidos impartidos por los profesores, fomentando la autorregulación. Además, se implementan estrategias de procesamiento que implican la repetición de contenidos, ejercicios en clase y la integración de herramientas innovadoras como software de aplicaciones específicas, computadoras, juegos y otros dispositivos. También se utilizan estrategias de apoyo, empleando sistemas de recompensas que motivan a los estudiantes a revisar y comprender conceptos matemáticos. Finalmente, se emplean estrategias de personalización, lo que permite a los docentes desarrollar sus propias estrategias didácticas que resuelvan efectivamente los problemas de una manera sencilla y comprensible para sus alumnos.

El estudio del pensamiento lógico matemático se ha convertido en una parte integral de la educación y campos relacionados, ya que es una habilidad crucial que las personas necesitan desarrollar a lo largo de sus vidas. Esta habilidad tiene numerosas aplicaciones en varios contextos, por lo que es esencial que las personas la posean. Por tanto, fomentar el desarrollo del pensamiento lógico matemático es vital para potenciar la inteligencia matemática en los estudiantes.

Al estimular este enfoque mental, los estudiantes pueden comprender términos, razonar sobre explicaciones y hacer sus propias deducciones sobre las relaciones entre diferentes sistemas. Fomentar el pensamiento lógico matemático desde una edad temprana es importante porque apoya la actividad creativa y la curiosidad de los estudiantes sobre el mundo que les rodea. Permite que los niños pequeños se sientan capaces de encontrar soluciones a problemas simples y desempeñen un papel en la exploración de su entorno inmediato.

A partir de la adquisición de habilidades lógico-matemáticas, los estudiantes pueden construir una base sólida para resolver situaciones cotidianas más complejas y ejecutar funciones cognitivas avanzadas. A través de intervenciones educativas que se enfocan en involucrar a los estudiantes con la materia, se promueve el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático y lógico.

Fundamentación de la inteligencia lógica matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje

Desde hace un tiempo, se defiende la idea de que las matemáticas no son algo que simplemente se aprende, sino algo que se hace activamente. Esta perspectiva, se conoce como matematización, que enfatiza la importancia de participar en actividades matemáticas en lugar de solo memorizar hechos y fórmulas. Reconoce que cada individuo tiene su propia forma única de abordar y comprender las matemáticas, y que esto puede variar mucho de una persona a otra.

La idea está respaldada por la teoría de las Inteligencias Múltiples, que sugiere la existencia de diferentes tipos de inteligencia y que los individuos pueden sobresalir en diferentes áreas de habilidad matemática. Por ejemplo, algunas personas pueden ser particularmente rápidas para resolver nuevos problemas, mientras que otras pueden sobresalir en la búsqueda de soluciones sin necesidad de seguir todos los pasos. De manera similar, algunas personas pueden disfrutar siguiendo un enfoque sistemático y completando todos los pasos, mientras que otras pueden tener talento para estimar cantidades de manera eficiente.

Cuando reconocemos que cada individuo posee fortalezas intelectuales únicas y que ciertas habilidades pueden estar más avanzadas que otras, se vuelve imperativo explorar métodos que permitan a cada estudiante comprender y generar conocimiento. Es fundamental garantizar que todos los alumnos tengan la oportunidad de descubrir el enfoque más eficaz adaptado a sus necesidades individuales para alcanzar los mismos objetivos.

De acuerdo con Gardner, se reconoce ampliamente que cada individuo nace con un potencial inherente que está formado por una combinación de factores genéticos e influencias externas como el medio ambiente, la cultura, la educación y las experiencias personales. Para ilustrar mejor este punto, consideremos una anécdota: imaginemos que un maestro hace una pregunta a una clase de primer grado, preguntando si un niño todavía podría escribir si le quitaran cinco de sus lápices. En respuesta, un niño de 6 años sugiere ingeniosamente que depende de si el niño tiene herramientas de escritura alternativas como bolígrafos o marcadores. Si bien la maestra no considera que la respuesta sea correcta, reconoce que el razonamiento del niño refleja una perspectiva de sentido común. Curiosamente, cuando el maestro revive la anécdota cuatro años después y le recuerda al niño su respuesta inicial, él descarta el problema como algo trivial y ahora comprende que sin lápices o instrumentos de escritura adecuados, escribir sería imposible.

El niño de seis años estaba profundamente absorto reflexionando sobre un desconcertante problema matemático, su mente completamente inmersa en el reino de los números y los cálculos. Sin embargo, parecía que en algún lugar dentro de la vasta red de influencias que comprende el sistema educativo, el maestro y posiblemente incluso su familia, se había producido una divergencia. Durante un lapso de cuatro largos años, había estado expuesto a un conjunto diferente de principios matemáticos, cambiando gradualmente su percepción de lo que constituía una solución válida. Como consecuencia, la respuesta intuitiva y lógica derivada de su sentido común innato se había vuelto obsoleta: ya no se alineaba con los rígidos estándares impuestos por el plan de estudios académico diseñado para impartir el arte de aprender Matemáticas.

Naturalmente, una de las sugerencias que surge como resultado de la reflexión sobre estos conceptos es la incorporación de la educación matemática en el aprendizaje de la primera infancia, tal como lo propone Berdonneau (2008). Este enfoque enfatiza el cultivo de habilidades de razonamiento lógico, promoviendo una expedición cautivadora a través del reino de las matemáticas.

En su libro, Escamilla (2014) detalla los diversos indicadores que pueden utilizarse para identificar la presencia de Inteligencia Lógico-Matemática. Estos indicadores juegan un papel crucial en el fomento del desarrollo de habilidades de razonamiento, que Escamilla apoya firmemente. Al comprender y reconocer estos indicadores, las personas pueden aprovechar eficazmente su inteligencia lógico-matemática y mejorar su capacidad para pensar críticamente y resolver problemas, favoreciendo:

- La capacidad de realizar cálculos rápidamente en la mente, implica ser capaz de resolver problemas matemáticos sin el uso de ayudas o dispositivos externos.
- Resolver situaciones problemáticas que manipulan números y aritmética.
- Manipular diferentes tipos de materiales con fines de cuantificación, comparación, serialización, clasificación, pesaje, medición y representación.
- Comprender y aplicar símbolos matemáticos.
- Identificar situaciones problema que requieran diferentes tipos de operaciones para su solución.
- Elaborar y resolver acertijos y juegos de estrategia.
- Analizar e identificar diferentes tipos de declaraciones, funciones y otros conceptos relacionados.
- Desarrollar una comprensión profunda y competencia en los principios y teorías relacionadas con la cantidad, el tiempo y la relación causa-efecto.
- Interpretar datos estadísticos y presenta su información en forma de varios tipos de gráficos.
- Identificar los elementos causales en varios tipos de fenómenos y eventos.
- Establecer relaciones entre los factores causales de fenómenos y eventos.
- Reconocer las consecuencias de varios tipos de fenómenos y eventos.

- La capacidad para reconocer y comprender elementos significativos es crucial cuando se emprenden procedimientos como el análisis y la síntesis, la inducción y la deducción. Esto se aplica no solo a varias situaciones, objetos, personas, conceptos, principios y teorías, sino también a cualquier otro aspecto relevante que pueda encontrarse. Al perfeccionar estas habilidades, las personas pueden navegar y comprender de manera efectiva las complejidades de diferentes escenarios, lo que facilita sus procesos de toma de decisiones y sus habilidades generales para resolver problemas.
- Pensar lógica y matemáticamente reuniendo evidencia, formulando hipótesis, formulando modelos, desarrollando contraejemplos y construyendo argumentos sólidos.
- Demostrar una actitud crítica, negándose a aceptar hechos que no pueden ser verificados empíricamente.

Las matemáticas y el razonamiento están interconectados y forman la base de una estructura sistemática. En otras palabras, las matemáticas permiten el razonamiento y el razonamiento mejora nuestra comprensión de las matemáticas. Sin embargo, el desarrollo de conceptos matemáticos a menudo se ve como un proceso de abstracción y generalización, desconectado de factores socioculturales. Es crucial reconocer que los procesos matemáticos no están confinados a los reinos abstractos de la mente, sino que están influenciados por procesos socioculturales más amplios.

Esta precaución nos lleva a reconocer las aplicaciones prácticas de las matemáticas en nuestra vida diaria. También presenta el concepto de enseñar y estudiar matemáticas como dos actividades distintas pero interconectadas. La enseñanza implica la guía experta y la colaboración con los estudiantes, mientras que el estudio es un proceso gradual de crecimiento y maduración. Aprender matemáticas va más allá de simplemente encontrar respuestas a preguntas; implica desarrollar el pensamiento matemático, apreciar sus principios, expresar ideas y manipular conceptos generales.

El aprendizaje efectivo en matemáticas es complejo. Requiere algo más que la suma de los componentes individuales; requiere el análisis y la síntesis de las relaciones. Es importante recordar uno de los indicadores de la inteligencia lógico-matemática, que enfatiza la capacidad de reconocer elementos significativos y aplicar procedimientos analíticos y sintéticos a diversas situaciones, objetos, personas, conceptos, principios y teorías.

En resumen, las matemáticas y el razonamiento están entrelazados, formando el marco de una estructura sistemática. Si bien se debe tener precaución al comprender las influencias socioculturales en el desarrollo matemático, las matemáticas siguen siendo invaluables en nuestra vida diaria. La enseñanza y el estudio de las matemáticas son procesos interconectados, con énfasis en el desarrollo del pensamiento matemático y la comprensión de la generalidad. El aprendizaje eficaz de las matemáticas implica aceptar la complejidad y analizar las relaciones.

Debido a esta lógica, está altamente justificado y es esencial brindar una comprensión amplia y completa de las pautas, tanto en términos de sustancia como de metodología, descritas en el documento del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) publicado en 2000. El enfoque pretende establecer una conexión entre estos estándares y los indicadores de la inteligencia lógico-matemática, al mismo tiempo que reconoce y fomenta el desarrollo de otras inteligencias diversas. La intención detrás de este análisis es reconocer la importancia de las inteligencias múltiples en el contexto de la educación matemática y explorar cómo estas inteligencias pueden integrarse efectivamente en los procesos de enseñanza y aprendizaje:

- El componente de Números y Operaciones de la educación matemática se enfoca en desarrollar una comprensión profunda de los números, las operaciones matemáticas y la capacidad de calcular con fluidez. Abarca varios aspectos, como comprender el significado de las operaciones matemáticas, comparar cantidades y obtener una comprensión sólida de la estructura del sistema decimal utilizando números enteros. A medida que los estudiantes progresan, aumenta la importancia de las fracciones y los números enteros. Además, es fundamental poder realizar cálculos utilizando diferentes métodos, incluidas las técnicas de cálculo mental y estimación, además de los cálculos tradicionales de lápiz y papel. Dominar este componente también requiere la utilización de la inteligencia visoespacial y, particularmente durante las etapas iniciales del aprendizaje, la inteligencia corporal-kinestésica.

- El álgebra ha tenido un impacto significativo en el desarrollo de las matemáticas a lo largo de la historia al introducir símbolos algebraicos y los procedimientos para manipularlos. Para comprender verdaderamente el álgebra, es crucial verla como una colección de conceptos y técnicas que pertenecen a la representación de relaciones cuantitativas. Asimismo, sirve como un estilo de pensamiento matemático que permite la formalización de patrones, funciones y generalizaciones. A pesar de la creencia común de que el álgebra es más adecuado para estudiantes de secundaria y preparatoria, los niños pequeños también pueden emplear el razonamiento algebraico cuando estudian números, operaciones y exploran patrones y relaciones entre conjuntos de números. Además, el álgebra se puede aplicar a las ideas geométricas, destacando la importancia de la inteligencia lógico-matemática y visual-espacial en su estudio.

- La geometría involucra la exploración y comprensión de las propiedades, clasificaciones y razonamiento de formas y figuras. Para comprender realmente el tema, los estudiantes deben participar en actividades de pensamiento y prácticas, lo que les permite crear, visualizar y medir relaciones geométricas. Es fundamental incorporar el uso de materiales didáctico interactivos, así como actividades como plegado y construcción, para ayudar a los estudiantes a desarrollar una comprensión concreta de los conceptos. Estas actividades también aprovechan la inteligencia visoespacial y, particularmente durante las etapas iniciales del aprendizaje, la inteligencia cinestésica corporal.

- El campo de la medición abarca la comprensión de varios componentes, como atributos de medición, unidades, sistemas y procesos. Además, implica la utilización de técnicas, herramientas y fórmulas para determinar las medidas, lo que tiene una importancia inmensa debido a su amplio alcance y relevancia en numerosos aspectos de la vida. La medición sirve como un medio para integrar diferentes principios matemáticos, ya que brinda oportunidades para adquirir y aplicar conocimientos en otras disciplinas, como números, geometría y estadística. Su avance se cultiva a través de la estimulación de las inteligencias visoespacial, corporal-kinestésica y lógico-matemática.
- El análisis de datos y probabilidad no solo es valioso por sí solo, sino que se potencia cuando se integra con otras áreas de conocimiento. Al incorporar un enfoque de "enseñar a pensar", estas actividades pueden contribuir en gran medida al desarrollo de la inteligencia lingüística, las habilidades verbales, las habilidades interpersonales y las habilidades intrapersonales. Este enfoque alienta a los estudiantes a hacer preguntas que invitan a la reflexión sobre diversos temas y recopilar, organizar y presentar de manera efectiva datos relevantes para encontrar respuestas. También, enfatiza la importancia de aprender métodos estadísticos apropiados para el análisis de datos, hacer inferencias y predicciones informadas basadas en los datos y obtener una comprensión sólida de los principios fundamentales de probabilidad.
- Las representaciones son esenciales para comprender y utilizar ideas matemáticas. Estas representaciones pueden tomar varias formas, como imágenes, tablas, gráficos, números, letras y hojas de cálculo. Han evolucionado con el tiempo a través del refinamiento cultural. Al tener acceso a estas representaciones matemáticas y poder crear las suyas propias, mejora su capacidad para analizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos. Esto, a su vez, contribuye al desarrollo de la inteligencia interpersonal, intrapersonal y naturalista.
- La resolución de problemas es un aspecto crucial de las matemáticas y juega un papel importante en estimular la reflexión sobre el razonamiento utilizado durante el proceso de resolución de problemas. Nos permite aplicar y modificar estrategias desarrolladas para resolver otros problemas. A través de la resolución de problemas, no solo desarrollamos habilidades de pensamiento crítico, sino que también cultivamos hábitos como la perseverancia, la curiosidad y la confianza para enfrentar nuevas situaciones. Estas habilidades y rasgos adquiridos son invaluables en escenarios de la vida real. Además, la resolución de problemas está relacionada con la toma de decisiones dentro de contextos sociales y culturales específicos que se basan en la comunicación verbal. Esta cooperación contribuye en última instancia a potenciar la inteligencia intrapersonal, interpersonal y lingüístico-verbal.
- El razonamiento matemático proporciona formas efectivas de desarrollar y articular la comprensión de varios fenómenos. Las personas que se involucran en el pensamiento y el razonamiento analítico tienden a identificar patrones,

estructuras y regularidades en escenarios matemáticos, así como en el mundo físico. Asimismo, construyen y exploran conjeturas matemáticas, emplean y evalúan argumentos y pruebas matemáticas como medios sistemáticos para transmitir formas específicas de razonamiento y justificación.

- La comunicación juega un papel crucial en el intercambio y la clarificación de ideas matemáticas. Permite que las ideas se transformen en objetos tangibles de reflexión, discusión y rectificación. El proceso de comunicación no solo facilita el desarrollo de conceptos matemáticos, sino que también depende en gran medida de la aplicación de las inteligencias interpersonal y lingüístico-verbal. Estas inteligencias contribuyen activamente al intercambio efectivo de conocimientos y comprensión matemáticos.
- Hacer conexiones entre ideas matemáticas mejora la comprensión y asegura que el conocimiento adquirido se retenga por un período de tiempo más largo.

Tomando en consideración una perspectiva integradora, se hace evidente que hay dos formas adicionales de inteligencia que, cuando se combinan con ciertos estándares matemáticos, no deben pasarse por alto. Estos tipos particulares de inteligencia, a saber, la inteligencia visoespacial y la inteligencia cinestésica corporal.

La inteligencia visoespacial se puede definir como la capacidad innata para percibir, comprender y manipular información visual y espacial. Abarca la capacidad de reconocer, descifrar y codificar datos visuales, así como la aptitud para interpretar, navegar y ordenar el espacio físico. Esta habilidad cognitiva permite a los individuos comprender, retener, articular e identificar diversos objetos, distancias, recorridos y trayectorias dentro de su entorno. Al considerar su conexión con las matemáticas, hay varios indicadores que destacan la correlación entre la inteligencia visoespacial y la competencia matemática:

- Rompecabezas fáciles de resolver.
- Considerar aspectos como la forma, el tamaño y la proporción en sus representaciones.
- Diseñar mapas y planos de manera precisa, ordenada y rigurosa.
- Una habilidad importante es poder identificar y comprender patrones que existen tanto en nuestro entorno como en diversas formas de creaciones artísticas. Esto implica ser capaz de detectar e interpretar formas recurrentes como líneas, rectángulos, cuadrados y círculos. Al reconocer estos patrones, podemos obtener una comprensión y una apreciación más profundas del mundo que nos rodea.

La inteligencia corporal-kinestésica, se refiere al potencial de un individuo para utilizar todo su cuerpo o partes y segmentos específicos del cuerpo para mejorar sus habilidades de pensamiento y expresar de manera efectiva sus ideas y emociones, así como manipular, transformar, y crear diversos objetos y materiales. Es de enfatizar que la estimulación de la inteligencia corporal-kinestésica es crucial para mejorar la representación y la comunicación en otros dominios de la inteligencia. Mediante la adquisición de conocimientos, el desarrollo de la conciencia y la puesta en práctica de habilidades perceptivo-motoras, las personas pueden fomentar el desarrollo de su inteligencia lógico-matemática. Esto está respaldado por varios indicadores que están estrechamente relacionados con las habilidades y destrezas matemáticas:

- Captura experiencias manipulativas y las representa mentalmente.
- Acople y separe objetos fácilmente.
- Creación de diferentes tipos de obras escultóricas representando formas, dimensiones y volúmenes

El Informe Pisa 2012 ofrece una definición completa del área de evaluación de matemáticas, que se centra en la capacidad de un individuo para aplicar conceptos matemáticos en diversas situaciones del mundo real. Esto incluye no solo la capacidad de resolver problemas matemáticos, sino también la capacidad de comprender e interpretar datos matemáticos y usar herramientas matemáticas de manera efectiva.

Al examinar las habilidades matemáticas básicas descritas en el Pensamiento y la Acción Matemáticos propuestos por el Informe Pisa, se puede identificar claramente la fuerte correlación con las habilidades significativas asociadas con la Inteligencia Lógico-Matemática. Estas habilidades no solo equipan a las personas con las habilidades necesarias para sobresalir en matemáticas, sino que también les permiten pensar críticamente, razonar lógicamente y predecir resultados basados en principios matemáticos. Así, es evidente que el desarrollo de la competencia matemática está íntimamente ligado al cultivo de la Inteligencia Lógico-Matemática:

- El proceso de serializar, clasificar, sintetizar y desarrollar un esquema implica una serie de pasos para organizar y estructurar la información de manera sistemática.
- Identificar elementos y relaciones causa/efecto.
- Una de las tareas clave es reconocer y discernir patrones, ya sea que se relacionen con comportamientos humanos, sistemas complejos u objetos tangibles. Esto implica observar y analizar cuidadosamente varios elementos y conectarlos entre sí para identificar secuencias recurrentes, similitudes o regularidades que existen dentro de ellos. Al comprender estos patrones, podemos obtener información y perspectivas valiosas, lo que nos permite tomar decisiones más informadas, predecir resultados futuros o incluso desarrollar soluciones innovadoras. Reconocer patrones nos permite comprender mejor el mundo que nos rodea y descubrir los principios subyacentes que rigen el funcionamiento de diferentes aspectos de nuestras vidas. Nos empodera para hacer conexiones, dibujar asociaciones y, en última instancia, profundizar nuestra comprensión de las complejidades inherentes a los diversos fenómenos que encontramos.
- Una forma de resolver situaciones problemáticas es manipulando números y realizando operaciones matemáticas sobre ellos.

- Participación en actividades de resolución de problemas y juegos estratégicos.
- Determinar proposiciones, funciones y otras abstracciones relacionadas.

Al examinar cómo se manifiestan estas acciones en las diversas actividades dentro del ámbito de las matemáticas, es importante reconocer el poder inherente de las matemáticas como lenguaje. De hecho, podría decirse que las matemáticas podrían considerarse el lenguaje más potente de todos, debido a su notable capacidad para transmitir información sin ambigüedades y de manera concisa. Este lenguaje es consistente y aplicable a través de todas las fronteras, lo que lo convierte en una herramienta verdaderamente universal. Para ilustrar esta universalidad, basta comparar los contenidos curriculares de tres países distintos, como Brasil, Australia y España. Tras una inspección más cercana, se hace evidente que los conceptos matemáticos que se enseñan en estas naciones son esencialmente idénticos, lo que enfatiza aún más la naturaleza universal del conocimiento matemático.

El lenguaje universal tiene una ventaja significativa, y es su capacidad para facilitar la aplicación práctica de las matemáticas en nuestra vida cotidiana. Esto se logra a través de la comprensión compartida y la referencia a los mismos conceptos, independientemente de las diferencias culturales o las barreras del idioma. Además, este lenguaje universal trasciende las diversas formas en que se utilizan los números y las medidas, lo que permite una comunicación y colaboración fluidas en diferentes contextos.

A lo largo de la historia, los humanos han desarrollado diversos sistemas para contar y expresar valores numéricos. Uno de esos sistemas que se ha mantenido constante durante miles de años es el uso de signos o símbolos numéricos para representar números. Cuando contamos y recitamos números, ya sea en inglés, portugués o cualquier otro idioma, confiamos en estos signos para transmitir el valor numérico. Estos signos, a los que comúnmente nos referimos como 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10, se han arraigado profundamente en nuestra conciencia colectiva y se entienden universalmente como representaciones de cantidades específicas. Esta convención ha permitido una comunicación y comprensión fluidas de los conceptos numéricos, lo que nos permite realizar cálculos complejos y navegar nuestra vida diaria con facilidad. Desde las civilizaciones antiguas hasta los tiempos modernos, el uso de estos signos numéricos ha trascendido las fronteras culturales y se ha convertido en una parte integral de la civilización humana.

Es realmente notable que hayamos logrado la capacidad de enviar sondas no tripuladas, conocidas como Voyager, para explorar los confines del universo. Estas sondas fueron lanzadas al espacio en 1977 y actualmente se encuentran a más de 18.000 millones de kilómetros del Sol. Lo que es aún más sorprendente es que estas sondas llevan un mensaje de la humanidad, destinado a cualquier ser extraterrestre potencial que puedan encontrar. Dentro de este mensaje, una parte significativa de la información está codificada en lenguaje matemático. Por ejemplo, incluye la edad de un feto humano medida en segundos junto con su longitud correspondiente, el momento preciso de la concepción y varias unidades físicas. Estos códigos matemáticos contienen siglos de conocimiento y comprensión que esperamos que otros seres inteligentes puedan descifrar, tal como se ha hecho a lo largo de la historia en nuestro mundo diverso y lingüísticamente rico.

Cuando se trata de construir cantidades numéricas, nos encontramos con una situación compleja porque los números son fundamentales en la comunicación matemática y son construcciones inherentemente subjetivas formadas dentro de nuestras mentes en lugar de propiedades inherentes de los objetos. Al referimos a que un niño en el jardín de infantes sabe contar, en realidad nos referimos a su capacidad para recitar números. Sin embargo, es solo cuando comienzan a conectar cada número con su cantidad respectiva que realmente comienzan a contar.

Uno de los aspectos intrigantes de los números es su complejidad, ya que están representados por el mismo símbolo a pesar de representar cantidades muy diferentes. Esto se puede observar al contar dos ovejas o dos mosquitos, donde se emplea el número 2 en ambos escenarios. Aunque, este símbolo numérico carece de significado inherente por sí mismo, lo que requiere el conocimiento de la serie numérica para comprender que dos es una unidad mayor que uno y una unidad menor que tres.

La representación simbólica de un número pertenece a un sistema de numeración utilizado para expresar cantidades. En nuestra existencia cotidiana, nos encontramos con tres sistemas de numeración distintos:

- El sistema de numeración oral se refiere a la forma en que expresamos y articulamos verbalmente los nombres de los valores numéricos. Este sistema abarca varias prácticas lingüísticas y culturales que se han desarrollado a lo largo del tiempo para facilitar la comunicación y la comprensión efectivas de los números. Implica el uso de palabras específicas, sonidos fonéticos y patrones de entonación para representar diferentes cantidades o valores numéricos. El sistema numérico oral juega un papel crucial en la vida cotidiana, ya que nos permite expresar cantidades, contar objetos y realizar cálculos matemáticos a través del lenguaje hablado. Además, este sistema puede variar entre diferentes idiomas y culturas, lo que refleja las diversas formas en que los números se conceptualizan y expresan en todo el mundo. Comprender y utilizar el sistema numérico oral es fundamental en la adquisición del lenguaje, el aprendizaje matemático y la competencia comunicativa en general.
- Un método eficaz de representar números mediante el uso de números arábigos en forma escrita.
- Un método alternativo de representación numérica es mediante la utilización de números romanos en forma escrita.

En términos de numeración oral, los dieciséis números iniciales se nombran individualmente, desde cero hasta quince. Posteriormente, al incorporar ocho términos adicionales (como veinte, treinta, cuarenta, etc.), junto con ciertas reglas de combinación, podemos expresar todos los números entre dieciséis y noventa y nueve. Además, introduciendo la palabra "cien" y combinándola con términos previamente establecidos (como dos, tres, cuatro, etc.), podemos nombrar novecientos números adicionales.

De manera similar, la palabra "mil" se puede combinar con términos existentes (como dos, tres, etc.) para representar más de novecientos mil números. Este patrón continúa indefinidamente, extendiéndose hacia el infinito. Estos conceptos abarcan tanto un aspecto numérico, que denota valores mayores que cualquier cantidad específica, como un aspecto geométrico, que indica la distancia desde la ubicación actual del hablante.

Cuando se trata de representar números a través de símbolos, es importante señalar que el arte de la caligrafía juega un papel importante en la Educación Infantil. Enseñar a los niños cómo escribir números usando gestos gráficos específicos es crucial para su desarrollo y comprensión de los conceptos numéricos. Esto significa que las familias, que son las principales educadoras de los niños pequeños, deben participar activamente en la enseñanza y el refuerzo de estas técnicas caligráficas. Al hacerlo, los niños pueden aprender a reconocer y apreciar la belleza y precisión de la representación numérica, estableciendo una base sólida para sus habilidades y destrezas matemáticas:

- Los cuatro números que comienzan en la parte superior y tienen una forma curva que gira en sentido antihorario son 0, 6, 8 y 9.
- Los números que comienzan a mitad de camino, ascendiendo ya sea de forma lineal como 1 o de forma curva similar a 2 o 3.
- Los números que se obtienen al levantar dos veces el lápiz son 4, 7 y 5 (el último se puede expresar de dos formas diferentes).

Los números brindan la base para el cálculo y, en la educación infantil, el objetivo es ayudar a los niños a comprender el concepto de transformar o modificar cantidades mediante la suma y la resta. En estas operaciones matemáticas iniciales, es crucial asegurarse de que los niños entiendan la conexión entre las acciones de la vida real y las representaciones simbólicas. Para lograrlo, se utiliza la manipulación, que implica interactuar físicamente con los objetos. La introducción de conceptos matemáticos comienza con las propias experiencias prácticas del estudiante (la fase manipulativa), se refuerza aún más a través de representaciones visuales (la fase gráfica) y finalmente culmina en la capacidad de comprender símbolos abstractos (la fase simbólica).

Durante la fase de manipulación, se exploran y examinan ideas y conceptos a través de actividades prácticas y experimentos. Esta fase implica involucrarse activamente con materiales y herramientas para obtener una comprensión más profunda del tema. A través de este proceso, los alumnos pueden manipular objetos y manipular variables para observar relaciones de causa y efecto, desarrollar hipótesis y sacar conclusiones. La fase manipulativa es crucial para promover el aprendizaje activo y proporcionar a los estudiantes una experiencia de aprendizaje tangible e inmersiva.

- Mediante la manipulación activa de objetos y la participación en actividades prácticas, los alumnos pueden internalizar y aplicar su conocimiento de una manera práctica y significativa. Esta fase fomenta el pensamiento crítico, las habilidades para resolver problemas y el desarrollo de una base sólida en el tema.

- Durante la fase gráfica, se esboza una representación ilustrada para representar visualmente las cantidades matemáticas.
- La fase simbólica de la estructuración de algoritmos implica el uso de signos y símbolos matemáticos para representar e interpretar experiencias de la vida real.

Dentro del ámbito de la inteligencia lógico-matemática, existe una multitud de indicadores que están estrechamente asociados con este enfoque particular:

- Resolver situaciones problemáticas mediante la manipulación.
- La manipulación permite el manejo de diversos materiales, independientemente de su tipo o composición.
- El individuo es capaz de comprender y aplicar símbolos matemáticos en varios contextos. Pueden interpretar efectivamente el significado detrás de estos símbolos y utilizarlos para resolver problemas matemáticos o comunicar conceptos matemáticos.
- Las situaciones presentadas plantean desafíos que solo pueden resolverse mediante el uso de varios tipos de operaciones.
- Crea y resuelve acertijos y juegos estratégicos.
- Define operadores, funciones y otras abstracciones relacionadas.
- Reconoce las consecuencias de diferentes tipos de fenómenos y eventos.
- El individuo es capaz de identificar y reconocer componentes importantes para realizar de manera efectiva los procesos de análisis y síntesis, así como participar en el razonamiento lógico a través de la inducción y la deducción.
- Piensa lógica y matemáticamente.

Exploremos dos tipos diferentes de materiales que ayudan en la introducción de conceptos matemáticos a través de la manipulación práctica. Estos materiales incluyen las reglas de Cuisenaire y el geoplano. Las reglas de Cuisenaire son barras de madera que vienen en varios colores, representando diferentes números, cada barra tiene una sección de 1 cm2 y una longitud que va de 1 cm a 10 cm. Por otro lado, el geoplano es un tipo diferente de manipulativo que permite a los estudiantes explorar visual y tácticamente conceptos geométricos.

Las pautas otorgan a los estudiantes la libertad de participar en una variedad de acciones, como observar, analizar, reflexionar, discutir y crear, lo que les permite desarrollar activamente habilidades de pensamiento crítico y procesos cognitivos esenciales. Al fomentar la interacción con sus compañeros, los estudiantes pueden trabajar en colaboración para perfeccionar sus habilidades para pensar de manera crítica y profunda sobre diversos temas:

- El concepto, que muestra claramente signos significativos de una determinada acción o comportamiento, es evidente y se puede observar.
- El juicio es el acto de tomar una decisión o formarse una opinión sobre los objetos, ya sea afirmando o negando algo.
- La razón detrás de esto es que al pasar por el proceso de juicio, uno puede llegar a conclusiones justificadas y sólidas.

Las reglas no solo nos ayudan con los números y las operaciones, sino también con otras áreas de las matemáticas, como el álgebra, la geometría, la medición y el análisis de datos. En esencia, nos involucramos en un estudio integral de las matemáticas. Sin embargo, un aspecto que representa un desafío para muchos docentes es la enseñanza de la resta, ya que implica representar el sustraendo como una cantidad distinta, cuando en realidad significa la acción que se realiza sobre la cantidad total. Es la opinión de muchos docentes que herramientas como las reglas pueden ayudar a paliar estos conflictos cognitivos y facilitar la enseñanza de la resta.

El uso de reglas permite implementar diversas estrategias que no solo mejoran la inteligencia lógico-matemática sino que también potencian otras formas de inteligencia:

- Las habilidades visoespaciales implican la capacidad de ordenar y organizar la información visual de manera sistemática y estratégica, tomando en consideración diversos factores como el propósito, el momento, la justificación, los colaboradores, los recursos, las metodologías y las normas involucradas.
- La inteligencia corporal-kinestésica implica la capacidad de manipular y manipular objetos reconociendo y comunicando sus propósitos, las sensaciones experimentadas y los resultados obtenidos. También implica organizar los procesos de representación gráfica de acuerdo con un plan que incluye comprender qué, cuándo, por qué, para qué, con quién, con qué herramientas, cómo y bajo qué reglas. Además, las personas con inteligencia corporal-kinestésica son capaces de desmontar y montar objetos, describiendo su experiencia e identificando la posición y función de cada componente.

El geoplano demuestra ser una herramienta valiosa para examinar y comprender varias formas y patrones geométricos:

- Propiedades de cada figura (número de lados, diagonales, etc.).
- Relaciones que se establecen entre diferentes figuras (composición y descomposición, etc.).
- El estudio de las relaciones espaciales mediante la geometría de coordenadas implica la comprensión de la posición, la distancia y otros conceptos relacionados.
- Transformación de unas formas en otras.

Se conoce tres clases de geoplanos:

- El geoplano cuadrado es una herramienta versátil que se utiliza para explorar varios conceptos matemáticos. Nos permite visualizar y comprender segmentos, líneas poligonales abiertas y cerradas, polígonos, ángulos, así como calcular áreas, perímetros y superficies. Para crear un geoplano cuadrado, necesitaremos una lámina de madera de 20 x 20 cm, con un grosor de 1 cm. Además, necesitaremos 100 clavos pequeños y una variedad de bandas elásticas en diferentes tamaños y colores. Al utilizar esta herramienta, podemos profundizar en el mundo de la geometría y mejorar nuestra comprensión de estos principios matemáticos fundamentales.
- Un tipo de geoplano que se puede utilizar para crear figuras o formas tridimensionales con la ilusión de profundidad y perspectiva.
- Otro para explorar conceptos geométricos es el geoplano circular. Este dispositivo permite a los usuarios crear una variedad de figuras, como formas inscritas y circunscritas, así como polígonos regulares. Al usar el geoplano circular, las personas pueden desarrollar una comprensión más profunda de términos geométricos importantes como radio, diámetro y cuerda. Este enfoque práctico del aprendizaje ayuda a reforzar estos conceptos y fomenta una mayor exploración en el campo de la geometría.

El geoplano es una herramienta que permite el desarrollo de diversas inteligencias, entre ellas la lógico-matemática, así como otras inteligencias múltiples:

- El aspecto visoespacial del aprendizaje implica la capacidad de diseñar y construir modelos, como usar un geoplano, e identificar con precisión posiciones, distancias, rutas y direcciones dentro de ellos. Asimismo, implica la habilidad de buscar y reconocer diversas figuras, formas geométricas y patrones tanto en el entorno físico como en las obras artísticas, como líneas, rectángulos, cuadrados, círculos, hexágonos, cubos y esferas. Además, este aspecto del aprendizaje incluye la capacidad de explicar la funcionalidad y el propósito de estas formas y patrones. Por último, engloba la habilidad de organizar los procesos de representación gráfica de acuerdo a un plan predeterminado, considerando factores como qué se debe representar, cuándo se debe realizar, por qué es importante, para quién es, qué herramientas o recursos se requieren. , cómo se debe hacer y las reglas o pautas que se deben seguir.
- La inteligencia corporal-kinestésica implica la capacidad de manipular y manejar objetos, así como reconocer y comunicar sus propósitos, las sensaciones experimentadas y los resultados obtenidos al interactuar con ellos. Esta inteligencia también incluye organizar los procesos de representación gráfica en base a un plan, considerando factores como qué, cuándo, por qué, para qué, con quién, con qué recursos, cómo y bajo qué reglas. Además, las personas con inteligencia cinestésica corporal son expertas en desmontar y montar objetos o figuras, describir sus experiencias al hacerlo e identificar la posición y función de cada componente.

Cerebro y procesos psicológicos

Es crucial reconocer y comprender los cuatro procesos psicológicos fundamentales que están íntimamente involucrados en el acto de manipulación. Al reconocer y comprender estos procesos, podemos obtener una visión más profunda de la mecánica detrás de la manipulación y desarrollar estrategias efectivas para protegernos de sus efectos negativos:

- La sensación es el proceso por el cual los estímulos físicos se transforman en señales neuronales que pueden ser procesadas por el sistema nervioso. Esta conversión permite que nuestro cuerpo perciba e interprete los diversos estímulos presentes en nuestro entorno.
- La percepción juega un papel crucial en el proceso cognitivo humano, ya que ayuda en la organización e interpretación de la información sensorial recibida de nuestro entorno.
- La atención es la capacidad cognitiva de elegir y enfocarse en información sensorial específica mientras también guía nuestros procesos mentales. Existe una correlación entre la atención y la curva de olvido, que sirve como representación visual de la disminución de nuestra capacidad para retener información a medida que pasa el tiempo. Por lo general, en cuestión de días, aproximadamente la mitad del conocimiento que hemos adquirido se olvida a menos que participemos activamente en revisarlo y reforzarlo.
- La memoria permite capturar, salvaguardar y evocar experiencias pasadas.

En términos de consumo de energía, el cerebro humano utiliza aproximadamente 250-300 kilocalorías por día, lo que representa aproximadamente el 10% de la ingesta calórica de una persona normal. Este consumo de energía equivale a operar a 15 watts de potencia, comparable a la energía consumida por una afeitadora eléctrica durante 10 minutos. Tales hechos resaltan la increíble eficiencia y complejidad de las operaciones del cerebro.

El cerebro, que es un órgano notable y misterioso, es responsable de varios procesos psicológicos esenciales. Al utilizar principios matemáticos, podemos profundizar en algunas características intrigantes de este órgano complejo. Por ejemplo, un cerebro humano adulto promedio pesa alrededor de 1300 a 1400 gramos. Además, un sorprendente 80 % de su composición es agua, lo que enfatiza la importancia de mantener una hidratación adecuada para una función cerebral óptima.

Intentando comprender la inmensidad de la red neuronal del cerebro, podemos estimar que contiene alrededor de 100.000.000.000 de neuronas. Esta asombrosa cifra es similar a la cantidad de estrellas presentes en nuestra galaxia, la Vía Láctea. Para contar realmente cada neurona individual, a razón de una por segundo, se necesitaría una vida útil de más de 3.000 años. Esta noción enfatiza aún más la alucinante complejidad y la gran magnitud del cerebro humano.

El lóbulo parietal, en particular las secciones adyacentes a los lóbulos temporales, alberga una notable capacidad para las matemáticas. Además, estos lóbulos parietales ayudan a las personas a percibir el posicionamiento de varias partes de sus cuerpos y orientarse dentro del ámbito espacial. Esto abarca una variedad de habilidades, como colocar con precisión las figuras de un dibujo en el centro o en los extremos, utilizar efectivamente el espacio dentro de un salón de clases o en un patio de recreo, así como posicionarse correctamente en relación con un objeto (ya sea a la derecha, a la izquierda, delante o detrás).

Asimismo, implica la capacidad de situarse en relación con un círculo dibujado en el suelo o de posicionar adecuadamente un objeto encima o debajo de otro. el lóbulo temporal cumple un papel crucial en la interpretación de las imágenes, procesando la información fáctica almacenada en la memoria y permite recordar situaciones previamente memorizadas. Es importante resaltar que cualquier deterioro del hemisferio derecho puede afectar negativamente la memoria de las formas, particularmente en el ámbito de las figuras geométricas planas en matemáticas.

Dentro de la intrincada estructura del cerebro humano, encontramos un componente importante conocido como lóbulos. La teoría de las Inteligencias Múltiples ha profundizado en el examen de la localización cerebral de la inteligencia matemática. Reputados investigadores como Escamilla (2014), basándose en las ideas de Gardner (1983), han afirmado que esta inteligencia matemática se sitúa principalmente en el lóbulo parietal izquierdo, así como las áreas de asociación temporal y occipital. Vale la pena señalar que el hemisferio derecho también juega un papel en ciertas operaciones matemáticas.

Nos encontramos en un campo de estudio que debe despertar el interés de los educadores: la neurociencia. Este campo es particularmente relevante ya que el cerebro participa activamente en el proceso de aprendizaje, y sería un error pasar por alto su importancia. Esto es especialmente importante para evitar que surjan posibles dificultades de aprendizaje. Además, obtener una comprensión de cómo se manipula el cerebro es crucial en el desarrollo del pensamiento matemático. Existe una conexión directa entre la neurociencia y el concepto de inteligencias múltiples, lo que hace aún más pertinente explorar el papel del cerebro en las funciones cotidianas. Muchas de estas funciones ocurren dentro del entorno escolar, pero a menudo pasan desapercibidas para los maestros.

A lo largo de nuestras vidas, nos involucramos en una multitud de experiencias de aprendizaje que requieren varios niveles de complejidad. Por ejemplo, al enseñar el concepto de cero, es importante no introducirlo como el primer número. En cambio, debe percibirse como la ausencia de elementos. Sin una conciencia previa de la existencia de los elementos, uno no puede comprender completamente el concepto de su ausencia. En matemáticas, el cero es el resultado de restar 'algo' de sí mismo. En otras palabras, si igualamos 'algo' a todo, entonces restando todo de todo resulta en nada, o cero.

Cuando se trata de operaciones aritméticas, es fundamental que empecemos por manipular. Antes de sumergirnos en los cálculos, es muy recomendable utilizar nuestras manos para practicar la suma. A todos nos han enseñado a sumar con los dedos, pero también hay otras herramientas disponibles, como las reglas de Cusinaire, que pueden ayudarnos a mejorar nuestra comprensión de la suma. De manera similar, cuando se trata de medir cantidades continuas, confiamos en la comparación. Es un proceso continuo en el que los niños valoran y evalúan continuamente cantidades comparándolas entre sí.

Estas expresiones cotidianas implican el uso del pensamiento abstracto, lo que significa poder cambiar entre diferentes situaciones, dividir ideas complejas en partes más pequeñas y analizar varios aspectos de un mismo concepto simultáneamente. La habilidad nos permite establecer conexiones y relaciones que se extienden más allá de la realidad física. Dentro del ámbito de la Inteligencia Lógico-Matemática, ciertas habilidades nos permiten involucrarnos en el razonamiento matemático, particularmente en el contexto de la medición. Estas habilidades incluyen organizar y categorizar información, identificar relaciones de causa y efecto, resolver problemas usando números y operaciones, y comprender conceptos abstractos como proposiciones y funciones. Al emplear estas habilidades, podemos pensar más allá del mundo tangible y considerar ideas abstractas.

En el contexto de la medición, por ejemplo, podemos comparar tamaños y reconocer que la noción de "más pequeño" no es inherente a los objetos en sí mismos (como un pingüino, un rinoceronte o un mosquito), sino más bien a nuestra percepción de ellos. Podemos reconocer que un pingüino puede ser más grande que un mosquito pero más pequeño que un rinoceronte. Esta comprensión del tamaño relativo se puede aplicar a otros pares de objetos, lo que nos permite desarrollar un lenguaje más abstracto y sofisticado para describir las relaciones.

En el estudio del movimiento se ha establecido como modelo el tiempo y se trata como una variable numérica, tomando sus valores del conjunto de los números reales. Cada valor numérico representa un instante, mientras que un intervalo numérico representa una duración, similar a un segmento de la línea de tiempo. Mientras que los instantes solo se pueden observar, las duraciones son magnitudes medibles. Por ejemplo, en un reloj de arena, podemos observar el instante en que la arena cae de un lado al otro, pero para determinar la duración de la caída, necesitamos representarla usando unidades como segundos o minutos.

El tiempo es una magnitud que tiene un significado especial, especialmente para los niños que necesitan situarse en relación con él. Esto requiere algo más que una simple relación entre dos objetos; requiere el uso de puntos de referencia y el establecimiento de múltiples relaciones interconectadas. Las estructuras cíclicas que organizan el tiempo, como la mañana, la tarde y la noche, así como los días de la semana y las estaciones del año, se derivan de una estructura común de antes, ahora y después.

Sin esta estructura no sería posible un pensamiento coherente sobre el tiempo, y éste sólo surge a través de la coordinación de diversas relaciones. Volviendo a las ideas de Piaget, es importante señalar que el aprendizaje matemático requiere la consolidación de estructuras mentales. Piaget se refirió a esto como pensamiento preoperatorio, que aporta previsibilidad y orden al mundo. Un aspecto clave del pensamiento preoperatorio es la ausencia de nociones de conservación hasta alrededor de los 7-8 años de edad. El desarrollo del pensamiento preoperatorio se puede dividir en dos fases: el razonamiento que va de particular a particular, sin ser puramente inductivo o deductivo, y el razonamiento intuitivo. Durante esta etapa, los niños aún no poseen las operaciones necesarias para resolver problemas a un nivel representativo, y sus operaciones se basan en un esquema de conservación.

Es importante tener en cuenta los conceptos discutidos anteriormente sobre los cuatro procesos psicológicos fundamentales, particularmente la sensación y la percepción. Profundicemos más en estas tareas:

- Conservación de cantidades continuas (líquidos): Al transferir líquido de A a C y de B a D, el niño no logra comprender que la cantidad de líquido en C es la misma que la cantidad en A. El mismo concepto erróneo se aplica a B y D.
- Conservación de cantidades discontinuas (número): El niño se esfuerza por comprender el concepto de que el número de elementos sigue siendo el mismo incluso cuando se altera el arreglo y los elementos están más separados.
- Conservación de cantidades discontinuas (sólidos): Cuando se le presentan dos masas iguales de plastilina, A y B, el niño no logra comprender la transformación que ocurre cuando estas bolas se deforman de diferentes maneras.
- Conservación de cantidades discontinuas (longitud): El niño es incapaz de crear dos longitudes idénticas utilizando unidades diferentes.

Es crucial fomentar estructuras mentales que faciliten el aprendizaje y prevengan dificultades, al mismo tiempo que brindan oportunidades para que los niños trabajen de forma independiente en la consolidación de aspectos esenciales como el razonamiento. Lo más importante es que se implemente un enfoque sistemático para el desarrollo de las habilidades antes mencionadas propuestas por la Inteligencia Lógico-Matemática a través de actividades que requieran serialización, clasificación, síntesis, identificación de elementos, resolución de problemas, así como rompecabezas y juegos de estrategia.

CAPÍTULO 2

La lógica matemática

La pregunta de cómo es la lógica matemática se puede responder fácilmente. La lógica matemática se considera matemática de la misma manera que otras disciplinas científicas como la mecánica newtoniana. Aunque el método utilizado en la lógica matemática es matemático, el tema que investiga pertenece a una realidad separada. El grado de independencia de esta realidad depende de la perspectiva que se tenga sobre la objetividad de la lógica.

Al comprender esta naturaleza, también podemos comprender los aspectos formales y simbólicos de la lógica matemática. Para lograrlo, estableceré una conexión histórica entre el desarrollo de lo formal y lo simbólico en las matemáticas y el origen y progresión de la lógica moderna. Si bien el contenido presentado en las dos primeras secciones de este artículo refleja el consenso entre la mayoría de los lógicos filosóficos contemporáneos, el objetivo de la sección final es desacreditar ciertos conceptos erróneos sobre la naturaleza formal y simbólica de la lógica matemática.

El realismo lógico

El realismo lógico se ocupa de dos ideas principales. En primer lugar, establece que la verdad o falsedad de los enunciados lógicos se puede determinar como una cuestión de hecho. Esto también se puede expresar diciendo que las verdades lógicas son verdaderas o falsas. En segundo lugar, los valores de verdad de los enunciados lógicos, no están influenciados por nuestras características psicológicas individuales, nuestras convenciones lingüísticas o nuestras formas de razonar. En esencia, el realismo lógico afirma que los asuntos de la lógica son hechos objetivos que no dependen de nosotros ni de nuestras prácticas.

Sin embargo, es importante reconocer que la representación de la lógica como completamente separada del lenguaje, el pensamiento y las prácticas inferenciales es una representación inexacta de su objetividad. La lógica no asume una independencia completa de estos aspectos, incluso bajo supuestos realistas. Por lo tanto, es necesario aclarar más sobre cómo la lógica es independiente del pensamiento, el lenguaje y nuestras prácticas inferenciales concretas.

Si la lógica no fuera objetiva, no dejaría de ser una forma de conocimiento, sino que sus verdades pasarían a ser relativas a factores como la psicología humana, las convenciones lingüísticas y las prácticas inferenciales. Esto significa que la lógica, como campo de estudio, se ocupa de propiedades como la validez lógica y relaciones como la equivalencia, la consecuencia y la incompatibilidad lógica entre entidades como teorías, proposiciones y conceptos (Bueno, 2005).

El realismo lógico, por lo tanto, abarca la existencia objetiva de estas relaciones y propiedades. Esto implica un compromiso con la objetividad de los hechos lógicos, que se manifiesta en su independencia de las convenciones lingüísticas, la psicología humana y las prácticas inferenciales de agentes racionales específicos. Aunque, es importante señalar que este compromiso con la objetividad y la independencia no exige un compromiso con la objetividad y la independencia absoluta de los objetos involucrados en los hechos lógicos. Por ejemplo, el realismo lógico afirma que ciertas proposiciones se derivan objetivamente de otras, pero no afirma que estas proposiciones existan de manera completamente independiente de las características específicas de nuestro lenguaje, procesos de pensamiento o prácticas inferenciales. En general, el realismo lógico no defiende la existencia objetiva e independiente de objetos como teorías, proposiciones, conceptos o modelos. Permanece indiferente a su estatus ontológico.

Este escenario es aplicable a todas las disciplinas científicas que buscan la objetividad. La lingüística, por ejemplo. No pierde su estatus como ciencia objetiva simplemente porque examina objetos y fenómenos que están fuertemente influenciados por nuestras convenciones lingüísticas. Asimismo, la psicología y la sociología también mantienen su carácter objetivo a pesar de centrarse en objetos que están muy influenciados por nuestra psicología y los comportamientos humanos. En estos casos, la esencia de la objetividad reside en otro aspecto.

En contraste, mientras que el realismo lógico permanece neutral con respecto a la existencia de objetos lógicos, los filósofos en el campo a menudo operan bajo el supuesto de que estos objetos no solo existen lógicamente sino que también tienen presencia en otras dimensiones de la realidad. La mayoría de los lógicos sostienen la creencia de que las proposiciones, conceptos y otras entidades lógicas poseen aspectos adicionales más allá de los examinados dentro de nuestra disciplina.

Muchos mantienen la opinión de que los enunciados expresan proposiciones dentro de un contexto específico de comunicación asertiva, o que constituyen el contenido de nuestros pensamientos, o que juegan un papel en los procesos de inferencia. De manera similar, este punto de vista se extiende a los conceptos y otros objetos estudiados dentro de la lógica, con el entendimiento de que poseen propiedades más allá de nuestro examen.

Esta creencia en la existencia y aplicabilidad más amplias de las entidades lógicas nos permite tener confianza en la relevancia de nuestros esfuerzos científicos. Sin la creencia, por ejemplo, de que poseemos un mecanismo cognitivo que nos permite comprender las conexiones lógicas entre los contenidos de nuestros pensamientos, seríamos incapaces de afirmar que la lógica tiene alguna relación con la validez de nuestro razonamiento. Además, sin asumir la capacidad de nuestro lenguaje para transmitir proposiciones, seríamos incapaces de aplicar la lógica a argumentos y declaraciones en lenguaje natural. Por lo tanto, mientras que la aplicabilidad de la lógica desafía la noción de total independencia de los objetos lógicos, no socava la objetividad de los hechos que los rodean.

Si estamos de acuerdo en que hay hechos objetivos en psicología, lingüística y sociología, y que los conceptos lógicos pueden ser representados por objetos en estos campos, ¿cómo se relaciona la objetividad lógica con la independencia de la realidad? ¿Cuál es la conexión entre objetividad e independencia? La respuesta es sencilla. La lógica se considera objetiva porque sus hechos son autónomos. Su objetividad se basa en la independencia de su conjunto de hechos, más que en la independencia de su conjunto de objetos. En términos más simples, la lógica es objetiva porque sus hechos no pueden reducirse a hechos psicológicos, sociales o lingüísticos.

La objetividad y el realismo

Uno de los argumentos más sólidos a favor del realismo lógico es la objetividad de la lógica. Sin embargo, presentarlo de esta manera puede ser engañoso porque apoyar el realismo lógico simplemente significa reconocer la objetividad de la lógica. El mismo Resnik lo reconoce al diferenciar entre la explicación realista de la objetividad de la lógica y la posición antirrealista, que sólo intenta explicar su aparente objetividad.

Shapiro también hace una conexión similar entre el realismo y la objetividad en las matemáticas en su "Manifiesto Realista". En ese artículo, Shapiro presenta implícitamente el realismo como el único punto de vista que se alinea con la objetividad de las matemáticas. Según él, los antirrealistas no pueden explicar la objetividad del conocimiento, sino simplemente su aparente objetividad.

Al aceptar la objetividad al pie de la letra, uno ya está adoptando una postura realista. Sin embargo, es importante señalar que adoptar el realismo lógico no requiere un compromiso con el monismo lógico, que es la creencia de que solo hay una lógica verdadera y una respuesta correcta a las preguntas de validez deductiva. El realismo lógico no se opone al pluralismo, como reconocen Beall y Restall, quienes afirman que muchas apelaciones a la "Validez Real" se refieren a la validez real pero no a la única validez real.

Por lo tanto, mientras que el pluralismo lógico puede ser una forma de relativismo al rechazar la validez absoluta, no está reñido con el realismo y la objetividad de los hechos lógicos porque no relativiza la validez a factores externos como convenciones lingüísticas o marcos psicológicos. El pluralismo lógico únicamente reconoce que la validez solo puede atribuirse en función de ciertas condiciones lógicas. En este sentido, el pluralismo lógico es una forma de relativismo interno y, por tanto, es compatible con el realismo.

La crítica de Resnik plantea una cuestión importante para el realismo lógico, a saber, el problema de la normatividad. Sin embargo, la posición realista se enfrenta a un desafío mayor en comparación con las posiciones antirrealistas rivales. No solo debe explicar la existencia de hechos lógicos, sino también cómo estos hechos están conectados con nuestros valores lógicos (Olivé et al., 2011). Por ejemplo, la posición realista necesita explicar por qué un argumento se considera erróneo, lo que involucra cuestiones de valor, incluso si sus premisas no implican lógicamente su conclusión, que supuestamente es una cuestión de hecho. Para abordar esta crítica, es necesario considerar la distinción entre lógica formal e informal.

En su artículo "¿Qué tan filosófica es la lógica informal?", John Woods establece un paralelo entre esta distinción y la diferencia entre la comprensión de la lógica de Aristóteles y la comprensión de la lógica desde Gottlob Frege. Woods argumenta que la lógica silogística de Aristóteles era solo una parte de su proyecto lógico más amplio, cuyo objetivo era establecer una teoría de las refutaciones.

Aristóteles valoraba la lógica por su papel dentro de una teoría más completa de la argumentación. La teoría de los silogismos sirvió como núcleo lógico de esta teoría más amplia, pero Aristóteles no pretendía equiparar los dos. Él deseaba una teoría de la refutación que pudiera diferenciar entre refutaciones válidas y aquellas que solo parecían válidas, o lo que él denominó refutaciones genuinas versus sofismas.

En contraste, el esfuerzo lógico de Frege se centró en la construcción de una teoría de la validez. Según Woods, "lógica" en el sentido aristotélico se refiere a una teoría de la argumentación, mientras que en el entendimiento de Frege, "lógica" significa una teoría de la validez o consecuencia lógica. Woods sugiere además que esta distinción entre teoría de la argumentación y teoría de la validez todavía está presente en la división contemporánea entre lógica formal e informal. Si bien la lógica formal ha evolucionado y se ha diversificado significativamente desde la época de Frege, puede considerarse un sucesor directo de su teoría de la validez. Por otro lado, la lógica informal continúa la tradición aristotélica y tiene sus raíces en la teoría de la argumentación.

En la concepción formal, un argumento es una colección de proposiciones, siendo una la conclusión y el resto premisas. Es un error común ver la conclusión como la proposición que se infiere de las premisas. Sin embargo, como se desprende del estudio de las inferencias abductivas, la inferencia puede fluir tanto de las premisas a la conclusión como de la conclusión a las premisas. En consecuencia, el resultado de la inferencia es la construcción o finalización de un argumento.

Este argumento resultante puede luego evaluarse utilizando las reglas de la lógica formal para determinar si es válido o no. En el ámbito de la teoría de la argumentación, existe una distinción entre la lógica formal y la lógica informal. La lógica formal, que cae dentro de la categoría general de lógica, se enfoca en las propiedades de las proposiciones y series de proposiciones, como la verdad lógica y la consistencia. También abarca propiedades que se encuentran en la metateoría correspondiente, como la decidibilidad. La distinción entre lógica formal e informal es crucial para comprender el concepto de argumento.

El argumento, en el sentido de lógica informal, se refiere a una práctica humana, mientras que en el sentido de lógica formal, se refiere a una secuencia de proposiciones. Es importante señalar que el realismo lógico que se defiende aquí se limita a los objetivos y propiedades de la lógica formal. Por lo tanto, cuando se hace referencia a la lógica, se da a entender que se está haciendo referencia a la lógica formal a menos que se indique explícitamente lo contrario.

Otra distinción importante que hacer es entre inferencia y consecuencia lógica. La inferencia es un proceso cognitivo que consiste en obtener nueva información a partir de información existente. En el contexto de las entidades computacionales, se dice que ciertas proposiciones se infieren de otras en el proceso de inferencia. Sin embargo, es crucial diferenciar esta concepción de la inferencia de los argumentos en el sentido lógico formal. Es importante recordar que un argumento se considera válido si la conclusión se deriva lógicamente de las premisas. Por extensión, una inferencia se considera lógicamente válida si conduce a un argumento válido.

El significado normativo de la lógica se explica por el hecho de que uno de los objetivos del razonamiento es captar relaciones de consecuencias lógicas. Por lo tanto, podemos evaluar el razonamiento en términos de si captura con éxito esta relación. Una inferencia es válida si establece un argumento válido, es decir, una inferencia que lleva lógicamente a una conclusión a partir de premisas. En este sentido, podemos entender el razonamiento como un predicado de relaciones lógicas entre proposiciones. Un predicado es verdadero o verdadero si la relación de predicado entre los objetos se cumple. Decir que es un misterio, como parece sugerir Resnick, es creer que hay un misterio en el corazón del concepto mismo de la verdadera predicación. Sin embargo, no hay confusión ni misterio entre las dimensiones normativa y descriptiva del concepto de verdad (Resnick et al., 2010).

En este sentido, la efectividad es completamente similar. No obstante, no podemos llevar demasiado lejos la analogía entre predicción e inferencia. Debemos tener cuidado de no pensar que la validez es algún tipo de verdad, o que las inferencias implican algún tipo de afirmación (de validez). Al hacer una inferencia, se admite su validez, pero no se afirma la existencia de tal relación. Así, una inferencia no describe alguna relación lógica entre proposiciones, sino que la postula. Por lo general, términos como "razonamiento", "argumento", "inferencia" y "convencimiento" se reservan para la teoría de la lógica informal, mientras que el vocabulario de la lógica formal está lleno de cosas como "proposición", "implicación" y "consecuencia".

Propósito de la lógica y las utilidades matemáticas

Introducir el concepto de realismo lógico, proporciona una comprensión más clara de la naturaleza matemática de la lógica. Sin embargo, es importante notar que esto no significa que la única forma de comprender el carácter matemático de la lógica sea a través de un punto de vista realista. La intención aquí no es adoptar una postura definitiva sobre el realismo, sino abordar el tema desde una perspectiva de realismo metodológico.

El realismo metodológico se centra en la práctica de las matemáticas y no se preocupa por las cuestiones filosóficas que surgen de ella. No tiene implicaciones significativas para la semántica, la ontología o la aplicación de las matemáticas en las ciencias. La versión más fuerte del realismo metodológico sugiere que las matemáticas pueden llevarse a cabo como si sus objetos de estudio fueran entidades eternas, abstractas y existentes de forma independiente, pero no va más allá.

El realismo metodológico es compatible con el antirrealismo. Esencialmente, cualquiera que no esté buscando activamente cambiar el estado actual de las matemáticas puede ser considerado un realista metodológico hasta cierto punto. La perspectiva de Shapiro se aplica principalmente a las matemáticas, pero también se puede aplicar a la lógica. El realismo lógico metodológico es una tesis descriptiva que explica cómo los filósofos abordan el trabajo lógico. Argumenta que los lógicos operan como si los objetos y las conexiones lógicas que estudian existieran objetivamente. Así como el realismo matemático metodológico es la posición predominante entre los matemáticos de hoy, el realismo lógico metodológico es la posición estándar en la lógica contemporánea.

Desde una perspectiva realista, la lógica se ve como una disciplina separada de las matemáticas, centrándose en el estudio de las propiedades y relaciones lógicas de varias entidades como conceptos, proposiciones, argumentos, teorías y modelos. Estas propiedades y relaciones se consideran independientes de los sistemas lógicos utilizados para analizarlas, haciendo de la lógica filosófica una ciencia teórica. El éxito de los sistemas lógicos formales radica en su capacidad para explicar y describir con precisión hechos objetivos.

Entre las relaciones y propiedades lógicas fundamentales, la incompatibilidad lógica, la verdad, la falsedad y la equivalencia se consideran las más básicas o clásicas. Sin embargo, la validez y la consecuencia lógica se consideran la propiedad y la relación fundamentales en un sentido más amplio. Estas propiedades y relaciones básicas se aplican a conceptos y proposiciones, mientras que también existen propiedades y relaciones lógicas derivadas o meta lógicas que pertenecen a objetos más complejos como definiciones, teorías, modelos y lenguajes. Estas propiedades y relaciones derivadas se derivan de su conexión con las propiedades y relaciones lógicas básicas. La consistencia, por ejemplo, es crucial en lógica ya que nos permite distinguir entre proposiciones. En una teoría inconsistente, todas las proposiciones serían lógicamente equivalentes, haciendo trivial la relación de consecuencia lógica. Sin embargo, la conexión entre las propiedades lógicas básicas y derivadas puede no ser siempre clara, lo que requiere una comprensión más amplia del intrincado campo de la lógica matemática.

Las propiedades lógicas derivadas se pueden clasificar en tres tipos principales en función de su asociación con diferentes áreas de la lógica matemática (Hurtado, 2017). Estos tipos incluyen la teoría del modelo, la teoría de la prueba y la teoría de la recursión. La teoría de modelos se centra en examinar las conexiones matemáticas fundamentales entre las declaraciones dentro de una teoría, generalmente en el ámbito de las matemáticas, y las estructuras matemáticas que validan su veracidad.

Como resultado, se hace evidente su fuerte correlación con los principios fundamentales de la lógica formal. Vale la pena señalar que una de las definiciones tradicionales de consecuencia lógica afirma que una proposición puede ser considerada la consecuencia lógica de otra si todo modelo que valida la primera proposición también valida la segunda. Además, conceptos aún más abstractos como compacidad o ultra producto adquieren su significado lógico en virtud de su relevancia directa para el propósito antes mencionado dentro de la lógica matemática.

La razón por la que la teoría de modelos puede parecer diferente de la lógica formal tal como se practica fuera de los departamentos de matemáticas es porque se basa en gran medida en el lenguaje y las herramientas del álgebra. Sin embargo, esto no debe confundirnos. El álgebra ha sido una herramienta crucial en la lógica formal desde el desarrollo de la lógica algebraica de Boole en 1847, que fue el primer ejemplo de lógica no numérica y lógica formal.

Esto ha jugado un papel importante en el desarrollo tanto del álgebra abstracta como de la lógica matemática. Aunque estas disciplinas se desarrollaron por separado durante mucho tiempo, desde mediados de la década de 1930 se ha establecido una clara equivalencia entre el lenguaje asertivo favorecido por la mayoría de los lógicos en filosofía y el lenguaje relacional del álgebra abstracta. Por ejemplo, mientras que los lógicos no algebraicos prefieren discutir los sistemas deductivos, los algebristas prefieren usar el término "filtro".

De manera similar, algunos se refieren a interpretaciones mientras que otros usan el término "homomorfismos". Con estas equivalencias terminológicas, el lenguaje algebraico de la teoría de modelos moderna se vuelve menos esotérico y más orientado lógicamente. La teoría de la prueba, por otro lado, es el estudio matemático del concepto lógico de derivación, que es una herramienta esencial en el estudio formal de la validez lógica. La teoría de la recursión también puede verse como el estudio de un aspecto importante de las derivaciones y definiciones, a saber, su computabilidad.

La frase "lógica matemática" se puede entender de tres maneras distintas:

- En primer lugar, puede referirse a la lógica que ha sido matematizada, lo que significa que en su aplicación se utilizan métodos y herramientas matemáticas.
- En segundo lugar, puede referirse específicamente al aspecto matemático de la lógica dentro del marco más amplio de la lógica matematizada.
- Por último, puede referirse a la rama de la lógica que se enfoca en el estudio de la lógica utilizada en el razonamiento y la argumentación matemática. Además, esta frase a veces se usa para describir la tradición lógica que prioriza este tipo de argumento y razonamiento, considerándolos como formas ejemplares o clásicas de lógica.

El enfoque principal es el concepto de lógica matemática, específicamente en su forma matematizada. Es dentro de este ámbito que surge una gran cantidad de confusión, que pretendo aclarar en el siguiente texto. La causa raíz de esta confusión proviene de la utilización de métodos matemáticos dentro de la lógica formal. Para mitigar esta confusión, es crucial tener cuidado al diferenciar entre el ámbito de la ciencia (lógica) y los métodos empleados (matemáticas). La lógica, en esencia, es una ciencia filosófica, con una parte de su metodología arraigada en las matemáticas.

En consecuencia, la lógica matemática puede considerarse matemática de la misma manera que la mecánica newtoniana, por ejemplo. En ambos casos, los métodos empleados son matemáticos, aunque los temas en sí mismos no son enteramente de naturaleza matemática. Es importante señalar que las teorías dentro de ambas ciencias tienen un peso significativo y son verificables. Sus resultados no dependen únicamente de los principios que exponen, sino más bien de su capacidad para explicar científicamente fenómenos que existen externa e independientemente de ellos.

Otra diferenciación crucial que debe enfatizarse en relación con el enfoque matemático, que abarca la ciencia como un todo y la lógica específicamente, se refiere a los sistemas lógicos formales, comúnmente denominados teorías formales, y teorías filosóficas que son de naturaleza lógica. Un sistema lógico formal es una construcción matemática muy compleja. Convencionalmente, se compone de un alfabeto, una colección de fórmulas bien formadas, un conjunto de reglas para la inferencia y, potencialmente, un conjunto de axiomas. Dada su naturaleza de entidad matemática, todo sistema lógico formal posee ciertas características matemáticas.

Hay dos tipos de propiedades en los sistemas formales: propiedades sintácticas y propiedades semánticas. Las propiedades sintácticas son internas al sistema, mientras que las propiedades semánticas son externas y solo son aplicables en relación con otro sistema matemático conocido como su modelo. Algunas propiedades matemáticas de los sistemas formales pueden describirse como propiedades de ciertos elementos dentro del sistema, en relación con el sistema mismo.

Por ejemplo, cuando alguien se $\forall x(Px \supset (Qx \supset Px))$ dice es un axioma del sistema lógico de primer orden L, que puede entenderse tanto como una propiedad del sistema formal L (que tiene esta fórmula como una de sus premisas) como de la fórmula anterior (que es un axioma) relativo en L. En este contexto particular, se puede afirmar que los sistemas lógicos formales tienen la capacidad de afirmar o, idealmente, demostrar conclusiones sobre sus expresiones simbólicas, que comúnmente se denominan "fórmulas" en la terminología contemporánea.

Este tipo de propiedades se pueden categorizar como locales, es decir, pertenecen específicamente a las propias expresiones simbólicas, mientras que las propiedades globales son aquellas que solo pueden expresarse como características de todo el sistema lógico formal. Las propiedades locales ejemplares incluyen la clasificación como un teorema o un axioma, mientras que características como la compacidad, la decidibilidad y otras son ilustrativas de las propiedades globales inherentes a los sistemas lógicos formales.

En esta aplicación lógica, las propiedades matemáticas locales de los sistemas formales actúan como modelos de las propiedades lógicas fundamentales, mientras que las propiedades globales representan las propiedades meta lógicas. El objetivo de los sistemas lógicos formales es establecer una correspondencia entre propiedades lógicas y matemáticas. Esta correspondencia se logra desarrollando un mecanismo, muchas veces bastante complejo, para representar entidades lógicas a través de algún tipo de entidades matemáticas que componen el sistema formal.

El mecanismo, comúnmente denominado "formalización" o "simbolización", permite que las entidades matemáticas formalicen o simbolicen las entidades lógicas que representan. De manera similar, es necesario establecer un mapeo correspondiente a nivel de propiedad, que represente las propiedades lógicas de acuerdo con las propiedades matemáticas. Esto normalmente se logra estableciendo una correspondencia uno a uno entre la propiedad matemática de ser un teorema y la propiedad lógica de ser lógicamente verdadero, o entre la propiedad matemática de deducibilidad y la propiedad lógica de validez, entre otras. Los términos "formalización" y "simbolización" también se utilizan para discutir esta correspondencia.

Es crucial evitar confundir las propiedades matemáticas de los sistemas formales con las propiedades lógicas apropiadas. El enfoque de la lógica está en las relaciones como la consecuencia lógica y la verdad lógica, que no son simplemente propiedades matemáticas dentro de un sistema formal, sino relaciones y propiedades reales que existen entre entidades lógicas como conceptos, proposiciones y teorías (Alchourrón, 1995). Si bien los sistemas formales son inherentemente matemáticos, solo se vuelven lógicos cuando se utilizan para estudiar propiedades y relaciones lógicas reales. Estas dos correspondencias crean una aplicación lógica del sistema formal. Una vez que se han establecido estas correspondencias, podemos referirnos a una teoría lógica verdadera (matematizada). En este contexto, una teoría lógica matematizada abarca tanto el propio sistema formal como su aplicación lógica. Por tanto, una teoría de la lógica matemática es esencialmente un sistema formal aplicado al estudio de la lógica.

Idealmente, la relación entre la lógica y los sistemas formales debería ser tal que si tenemos una entidad lógica representada por 'a' y una propiedad lógica representada por 'P', entonces 'a' posee la propiedad 'P' sí y solo si la entidad lógica representa posee la propiedad lógica simbolizada por 'P'. Por ejemplo, en los sistemas lógicos formales tradicionales, una fórmula se considera un teorema si y solo si la proposición que representa es una verdad lógica dentro del mismo lenguaje.

Lo que nos esforzamos por evitar es la existencia de relaciones matemáticas donde no hay relaciones lógicas correspondientes, o la posibilidad de que una propiedad lógica no se tenga en cuenta en nuestro modelo matemático. La distinción actual entre un sistema formal puramente matemático, sus propiedades meta lógicas y su aplicación lógica es similar a la que hace Raymundo Morado en su obra "La rivalidad en lógica" (1984) entre un "sistema lógico" y "filosofía de la lógica".

Morado explica que una "lógica X" se refiere a un conjunto específico que incluye un sistema lógico (que abarca tanto la sintaxis como la semántica), una meta lógica que se ocupa de los meta teoremas sobre el sistema y una filosofía de la lógica que apunta a aclarar las relaciones entre los sistema lógico, pensamiento y realidad. Es crucial, aunque desafiante, diferenciar la realidad lógica como objeto de nuestro estudio de la teoría lógica que empleamos para estudiarla y la herramienta matemática que usamos para construirla, especialmente al considerar las propiedades meta lógicas. Por ejemplo, cuando evaluamos la consistencia de una teoría T1 mediante la creación de un modelo adecuado dentro de una teoría matemática T2, estamos trabajando esencialmente con cinco teorías distintas: la teoría del objeto T1, una teoría meta lógica T3 y tres teorías matemáticas.

Estas tres teorías matemáticas juegan un papel crucial al proporcionar las herramientas matemáticas necesarias para llevar a cabo una demostración formal. Para comenzar, utilizamos una teoría metodológica T3, que es un marco general basado en modelos tipo Tarski. Esta teoría establece que la existencia de un modelo para una teoría dada sirve como prueba de su consistencia. Para formalizar la relación lógica entre una teoría y su modelo, T3 se basa en otra teoría matemática llamada T4, que es la teoría de conjuntos. Para aplicar este marco matemático a T1, T3 emplea un modelo matemático conocido como T5, que es una formalización de T1μ. A través de T4μ se establece una relación matemática entre T2 y T5, formalizándose como modelo la relación lógica entre T2 y T1. Este proceso demuestra efectivamente la consistencia lógica de T1.22.

Ahora, profundicemos en la distinción que mencionamos anteriormente con respecto a los tres significados diferentes de la frase "lógica matemática". Cuando nos referimos a la lógica matemática en el segundo sentido, nos referimos específicamente a la lógica que se aplica en el campo de las matemáticas. Esta rama de estudio se enfoca en explorar las relaciones lógicas y las propiedades que existen dentro de las teorías, pruebas, modelos, proposiciones y conceptos matemáticos.

Por otro lado, la lógica matemática en el tercer sentido es en realidad un subcampo de las matemáticas en sí mismo, en lugar de estar estrictamente relacionado con la lógica. En este contexto, la lógica matemática se ocupa principalmente de investigar sistemas formales de lógica como construcciones matemáticas, en lugar de centrarse en sus aspectos lógicos. El objetivo es examinar las propiedades formales de estos sistemas matemáticos que se utilizan actualmente o que podrían utilizarse potencialmente en el ámbito de la lógica. En consecuencia, esta comprensión particular de la lógica matemática se concentra únicamente en los dos primeros componentes de la clasificación de Morado. En contraste, la lógica matemática en el primer sentido abarca los tres aspectos simultáneamente.

Para argumentar que la lógica no es matemática, no es suficiente afirmar simplemente que su objetivo es el estudio de relaciones tales como consecuencias lógicas, derivabilidad y consistencia. También es importante enfatizar que estas relaciones no se consideran matemáticas. Como mencioné anteriormente, el factor distintivo entre las propiedades lógicas objetivas y las matemáticas es que las primeras no solo son independientes de nuestra arquitectura cognitiva y convenciones lingüísticas, sino también del aparato formal utilizado para estudiarlas. Por el contrario, las matemáticas se basan en gran medida en este aparato formal para construir y definir fenómenos.

Los objetos matemáticos y sus propiedades pueden determinarse completamente utilizando los mecanismos lógicos y lingüísticos de la teoría. En matemáticas, tanto la indiscernibilidad de los idénticos como la identidad de los indiscernibles son principios aceptados. Esta idea ha sido extensamente discutida por Stewart Shapiro y es apoyada por otros filósofos contemporáneos de las matemáticas. Shapiro introduce el concepto de relatividad lógica-lenguaje-ontología, que establece que en una teoría matemática T con un lenguaje L y bajo una lógica £s, la igualdad de x e y es verdadera si y solo si para cada expresión bien formada p en L, la expresión p x y (obtenida sustituyendo y por x en p) es £-equivalente a p. En términos más simples, la identidad de los objetos matemáticos está completamente determinada por las propiedades que se les pueden atribuir en el lenguaje de la teoría y su papel inferencial según su lógica.

Con base en la comprensión de las propiedades lógicas, es evidente que no se consideran matemáticas. El principio de relatividad de Shapiro no se aplica a las propiedades lógicas. Si la lógica fuera matemática, entonces dos objetos lógicos serían lógicamente equivalentes, lo que significa que poseerían las mismas propiedades lógicas, solo si estuvieran simbolizados de la misma manera dentro de cualquier sistema formal. Sin embargo, es posible que dos objetos lógicos, x e y, tengan propiedades lógicas distintas que no pueden ser capturadas por ningún sistema formal.

En términos más simples, las propiedades lógicas no están completamente determinadas por la herramienta formal utilizada para estudiarlas. Se podría argumentar que incluso si una diferencia lógica no se ha incorporado a ningún sistema formal actual, no significa que no pueda formalizarse en teoría. Desde esta perspectiva, incluso si se descubriera un contraejemplo similar al mencionado anteriormente, aún sería posible crear un nuevo sistema formal que abarque la distinción problemática. Sin embargo, esta respuesta en realidad fortalecería el argumento de que las propiedades lógicas no son matemáticas. El hecho de que podamos identificar una propiedad lógica antes de formalizarla demuestra la naturaleza objetiva de tal propiedad. Esto nos ayuda a comprender hasta qué punto la lógica matemática es verdaderamente matemática y no únicamente matemática.

Si consideramos que la naturaleza de la lógica matemática es simbólica, es evidente que el uso de símbolos es la característica definitoria. Sin embargo, no todos los usos de los símbolos dentro del campo de las matemáticas pueden considerarse verdaderamente simbólicos. En el estudio de la historia de las matemáticas, se suele hacer una distinción entre un uso sincopado de los símbolos y un uso propiamente simbólico, también conocido como formal o analítico. Esta distinción se introduce en la historia de las matemáticas para diferenciar el uso de símbolos en álgebras antiguas y modernas.

En el álgebra antigua, incluida el álgebra clásica posterior a Diofanto, el álgebra árabe y la cósica occidental, no existía el concepto de variable tal como lo entendemos hoy. Las letras se usaban junto con las constantes, pero eran simplemente abreviaturas o ayudas para la memoria en lugar de mecanismos para expresar cálculos en general. El formalismo algebraico de la época solo consistía en símbolos constantes, lo que limitaba su capacidad para expresar cualquier cosa más allá de cálculos específicos.

Los conceptos generales se transmitieron a través de casos específicos que sirvieron como ejemplos o paradigmas. Este tipo de uso de símbolos se denomina sincopado ya que no constituye un lenguaje simbólico propiamente dicho. En su libro "La naturaleza y el crecimiento de las matemáticas modernas", Edna E. Kramer (1982) introduce esta distinción al explicar que el simbolismo literal algebraico moderno, que se remonta a Diofanto, no se generalizó hasta el siglo XVI. Fue François Viète, también conocido como Vieta, quien primero utilizó letras para representar incógnitas.

Antes de Diofanto, el álgebra se basaba en argumentos verbales sin abreviaturas ni símbolos. No fue hasta el trabajo de Viète y Descartes, al mismo tiempo, que las variables se introdujeron en las matemáticas, dando lugar al álgebra moderna. La inclusión de variables en lenguaje algebraico marcó dos avances significativos en la historia de las matemáticas. Primero, permitió la expresión de formas generales, ampliando el alcance de la representación matemática. En segundo lugar, y quizás aún más crucial, permitió realizar cálculos con estas variables. El álgebra sincopada, como se la conoce, puede verse más como una forma de taquigrafía que como un simbolismo totalmente abstracto. Sin embargo, se considera un paso significativo en la dirección correcta. Diofanto es reconocido como el primer matemático de la historia en proporcionar un sustituto de las expresiones verbales largas.

Una de las principales distinciones entre el álgebra moderna y la antigua radica en la incorporación de variables, lo que permitió la expresión de varios cálculos específicos en una forma más abstracta y generalizada (Mora, 2003). En contraste con las fórmulas abreviadas con letras utilizadas en el álgebra antigua para representar cálculos específicos, la introducción de variables en el álgebra moderna revolucionó el campo al permitir que los matemáticos expresaran y manipularan formas generales de cálculo. Este lenguaje simbólico recién descubierto proporcionó a los matemáticos capacidades sin precedentes para manipular y trabajar con formas generales que eran extremadamente difíciles de lograr utilizando el lenguaje algebraico anterior.

Además, la introducción de las nuevas fórmulas permitió su integración en un nuevo enfoque para calcular formas generales. Es en este punto cuando verdaderamente podemos discutir la existencia de un lenguaje simbólico adecuado. En este contexto, un lenguaje simbólico no es simplemente uno que emplea símbolos, sino uno que utiliza símbolos con fines de cálculo. Entonces, si bien es exacto decir que la introducción de variables permitió la expresión de un cierto nivel de generalidad o estructura en las matemáticas, su mayor logro fue la creación de un tipo novedoso de cálculos formales. En términos más simples, lo que marca el comienzo del álgebra moderna, y por qué significa una revolución significativa en el avance de las matemáticas, es la capacidad de realizar cálculos que involucran formas.

Desafortunadamente, los matemáticos europeos de su época no comprendieron de inmediato la importancia de esta nueva herramienta. En cambio, una feroz batalla entre dos enfoques contrastantes de las matemáticas, el paradigma formal del álgebra y el paradigma constructivo de la geometría, se prolongó durante los siguientes dos siglos en las matemáticas occidentales. La intensidad de este conflicto fue tan flagrante y profunda que es imposible comprender la historia de las matemáticas, e incluso del conocimiento científico en general, durante estos siglos sin reconocer el papel central que jugó esta lucha. Del mismo modo, es sencillo rastrear la evolución de los ideales formales en matemáticas a medida que se extendieron desde Francia hasta Inglaterra y finalmente, en el siglo XIX, encontraron su camino hacia la lógica con las influyentes contribuciones de De Morgan y Boole a través de la guía de la Sociedad Analítica.

La introducción del carácter formal por parte de los primeros lógicos puede parecer relacionada con el debate filosófico entre forma y materia. Sin embargo, es importante tener en cuenta que este no es el caso. Por el contrario, es evidente que los algebristas como De Morgan no vieron su formalización de la lógica como un aislamiento de una forma puramente abstracta separada de cualquier contenido material. En cambio, su objetivo era establecer patrones de invariancia entre fórmulas lógicas. Esta distinción se hace aún más evidente cuando examinamos el debate que se produjo entre De Morgan y Mansel a mediados del siglo XIX.

En el comentario de Mansel sobre Lógica formal (De Morgan 1847), criticó a De Morgan por no comprender correctamente la distinción entre forma y materia. Sin embargo, es claro que ambos pensadores tuvieron diferentes interpretaciones del concepto de forma. Inicialmente, De Morgan intentó conciliar sus puntos de vista, pero pronto se dio cuenta de la divergencia fundamental entre ellos. En 1847, De Morgan ya no consideró la noción de forma en oposición a la materia como relevante para su análisis lógico, descartándolo como un concepto "metafísico".

Es crucial diferenciar entre el concepto de forma versus materia y el concepto de forma algebraica empleado en la lógica matemática. El lenguaje formal de la lógica moderna surge en el marco de la tradición algebraica. Como resultado, el lenguaje simbólico de la lógica matemática, que se originó a fines del siglo XIX y principios del XX, no solo es conciso sino también formal. Emplea fórmulas con variables para articular la estructura lógica de enunciados, y también posee un sistema de cómputo para manipulación.

Estos dos aspectos son fundamentales para la esencia matemática de la lógica. El fundamento de la lógica matemática se basa en la formalización y el cálculo. La lógica simbólica contemporánea se considera matemática precisamente porque abarca ambas dimensiones. Si el lenguaje simbólico de la lógica no incorporara un cálculo formal, no sería verdaderamente simbólico; simplemente existiría en un nivel condensado. Del mismo modo, si sus fórmulas no expresaran formas generales, no podríamos referirnos a él como un lenguaje o una lógica formal.

La naturaleza formal de la lógica simbólica juega un papel crucial en su uso práctico. Es necesario que cualquier sistema lógico tenga ciertas características para ser aplicable. Una de esas características es la capacidad de simbolizar o formalizar declaraciones y argumentos a partir del lenguaje natural. En casos más simples, un sistema lógico formal requiere un mecanismo para traducir entre lenguaje artificial y expresiones de lenguaje natural. Para demostrar su aplicabilidad, es suficiente proporcionar una traducción del formalismo al lenguaje natural conservando sus propiedades lógicas. Sin embargo, este requisito de aplicación del lenguaje natural suele ser demasiado restrictivo. Si tuviéramos que adoptarlo, la aplicación de la lógica se limitaría a los límites del lenguaje natural. Esto excluiría importantes desarrollos de la lógica, como la lógica infinita o la lógica compleja, que tienen mayor poder expresivo que el lenguaje natural.

Es importante recordar que los sistemas lógicos formales son modelos científicos. Esto significa que no siempre son directamente aplicables o simples de aplicar, sino que requieren idealizaciones que los separen del mundo real. Un buen ejemplo de esto se puede ver en la teoría de los gases ideales en la física. A pesar de que los gases ideales en realidad no existen en el mundo físico, esto no niega los resultados y descubrimientos de la termodinámica.

De manera similar, la potencial inexistencia de infinitos argumentos o expresiones en lenguaje natural no invalida la lógica infinita. Si bien muchos sistemas formales de lógica matemática pueden no tener aplicaciones directas al lenguaje natural, aún cumplen su propósito como modelos científicos del universo lógico. La aplicabilidad de un sistema lógico o teoría debe entenderse en un sentido amplio, como cualquier teoría o modelo científico es aplicable a la realidad. Si descartáramos avances importantes dentro de la lógica matemática, estaríamos limitando nuestra comprensión y progreso en el campo.

El término "formal" ha tenido un impacto significativo en el campo de la lógica matemática, particularmente a través de su asociación con la escuela formalista en la filosofía de las matemáticas. Sin embargo, el significado de "formal" en relación con el proyecto filosófico de Hilbert y el giro "formalista" de la lógica es distinto del sentido que hemos discutido hasta ahora. Los orígenes de este segundo uso de "formal" se remontan a Thomae, quien consideraba los números como signos tangibles no interpretados, que representan un "punto de vista formal". Es importante señalar que Hilbert no habría adoptado esta perspectiva y, por lo tanto, su proyecto filosófico no debería considerarse un formalismo en el sentido de Thomae. Como resultado, en el discurso contemporáneo, la naturaleza formal de un sistema o teoría matemática se define en términos de su adhesión a los principios axiomáticos propuestos por Hilbert.

Esta definición de formalismo se expresa explícitamente en el libro de texto Introducción a la lógica matemática, utilizado para la enseñanza de la lógica matemática en la Universidad de Letonia. De acuerdo con esta definición, una teoría se considera formal si proporciona un algoritmo, un método procesal computacionalmente aplicable, para verificar la corrección del razonamiento basado en los principios de esa teoría. Por lo tanto, cuando alguien afirma haber probado un teorema dentro de una teoría T y publica un "texto matemático" que lo respalda, el texto debe ser verificable mecánicamente para confirmar que se alinea con los cánones de razonamiento aceptados en T.

En consecuencia, en las teorías formales, los principios del razonamiento deben estar definidos con precisión para permitir la verificación de las pruebas a través de programas informáticos. La conexión entre el término "formalismo" y las ideas de Hilbert surgió debido a las críticas de L.E.J. Brouwer, quien se refirió al proyecto de Hilbert como tal, probablemente con el objetivo de asociarlo con el enfoque ingenuo y desacreditado de Thomae. La disputa entre Brouwer e Hilbert ganó una atención significativa, incluso más allá de los ámbitos de la filosofía y las matemáticas, lo que llevó a la asociación duradera entre el "formalismo" y el pensamiento de Hilbert. A pesar de que Hilbert difería explícitamente del punto de vista de Thomae desde su charla en el Congreso Internacional de Matemáticos de 1904, y a pesar de que él mismo nunca usó el término, la palabra "formalismo" se ha vinculado permanentemente al renombrado filósofo y matemático.

Aunque las teorías lógicas formales a menudo se consideran "formales" en otro sentido, es crucial aclarar que la lógica no necesariamente tiene que ser axiomática y algorítmica para ser considerada formal. El aspecto formal de la lógica surge de su utilización de un lenguaje simbólico que permite la manipulación de formas generales (Jaramillo y Puga, 2016). En consecuencia, para comprender la naturaleza formal de la ciencia lógica, se vuelve imperativo captar el significado de su lenguaje simbólico.

Al igual que otros lenguajes formales, los símbolos lógicos se pueden clasificar en constantes y variables. En secciones anteriores, hemos explorado la importancia de las variables en la lógica formal. Las constantes, por otro lado, tienen un papel diferente. Entre estas constantes lógicas, los operadores lógicos ocupan una posición destacada ya que distinguen el lenguaje lógico de otros lenguajes simbólicos. Son los que dan al lenguaje lógico su carácter lógico. Para simplificar, podemos decir que el aspecto matemático de la lógica simbólica se basa en variables, mientras que su verdadera naturaleza lógica se encuentra en los operadores. La lógica simbólica es formal por la utilización de variables y lógica por la naturaleza de sus operadores.

La lógica matemática se considera formal porque emplea herramientas matemáticas que se desarrollaron originalmente en el ámbito de las matemáticas "formales". Estas herramientas se crearon inicialmente para ayudar en el desarrollo de la lógica, pero finalmente extendieron su influencia a otras ramas de las matemáticas, como el álgebra y la geometría. Estas herramientas se denominan formales no solo en el sentido contemporáneo popularizado por Hilbert, sino también porque permiten realizar cálculos utilizando formas generales.

Matemáticas y educación superior

¿Qué significa que un estudiante dedique una cantidad importante de tiempo a estudiar Matemáticas? ¿Hasta dónde se debe seguir para asegurarse de que no profundice en las profundidades de las matemáticas puras, pero aún permita la comprensión en contextos de conocimiento de alto nivel? Son interrogantes que surgen en todo discurso, sea formal o informal, respecto a la incorporación de las matemáticas en la formación de economistas o ingenieros. Cada uno de nosotros cree que posee la respuesta a estas preguntas. Es fácil escuchar a un ingeniero o economista que no es profesor hablar sobre su profesión y sus logros económicos sin necesidad de resolver ecuaciones matemáticas complejas. Por otro lado, algunos, incluidos los educadores, abogan por utilizar las matemáticas únicamente con fines prácticos, viéndolas simplemente como una herramienta en la caja de herramientas, una perspectiva que ha demostrado ser ventajosa para el mercado de las calculadoras.

A menudo, la pedagogía general se adapta a la ocasión, coqueteando con el autor o abrazando ideas de moda. Por el contrario, quienes practican las ciencias matematizadas, los científicos, exigen profundidad y rigor en su enfoque. De ahí que el concepto de formación matemática se vuelva como un virus, adaptándose constantemente al discernimiento y conveniencia o intenciones de la audiencia. Esta ocurrencia común de un significante que conduce a diferentes interpretaciones se exacerba en sus consecuencias para la comunicación efectiva, particularmente cuando no hay un registro escrito que describa lo que debería implicar la formación matemática para economistas e ingenieros. Hablar de ello puede ser fácil, pero comprometerlo por escrito plantea desafíos.

El lector astuto ya habrá notado los intentos deliberados que se hacen aquí para provocar la contemplación. Es crucial reconocer que justificar la presencia y didáctica de contenidos matemáticos específicos en un curso de servicio para la enseñanza de economía o ingeniería no es tarea sencilla. Estas dificultades surgen por diversas razones que deben ser cuidadosamente analizadas y ponderadas para llegar a una conclusión que se traduzca en una adecuada implementación curricular. Una de ellas es la innegable ausencia de una cultura científica y tecnológica en nuestro país, que nos convierte en meros espectadores de los avances científicos. Esta realidad alimenta argumentos en contra del poder del método y la lógica de las llamadas ciencias básicas en la preparación adecuada de los profesionales que nuestra sociedad necesita.

En los últimos años, las discusiones en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la ingeniería y las ciencias económicas y sociales se han centrado en la búsqueda de un "saber hacer" práctico denominado "competencia". Esta perspectiva sobre la competencia se ha desviado de su potencial didáctico original, como lo enfatiza Chomsky, y en cambio se ha reducido a una mera búsqueda de utilidad y aplicabilidad inmediatas.

En consecuencia, este enfoque ha allanado el camino para el dominio de las industrias extranjeras de software y hardware educativo. Como resultado, el énfasis en la demostración de resultados comunes, procedimientos algorítmicos y la construcción de curvas y superficies ha sido descartado en la educación matemática. Si bien no es necesario probar todo, existe una necesidad crucial de distinguir claramente entre lo que se puede demostrar y lo que se debe suponer desde el principio debido a su naturaleza primitiva. Esta diferenciación es fundamental para identificar lo que se postula, el enunciado de una propiedad, y lo que se demuestra, así como lo que constituye un axioma, una definición o establecimiento de un objeto, y las propiedades que posee este nuevo objeto.

La relación entre las matemáticas y el mundo físico ha sido durante mucho tiempo un tema central en los ámbitos de la filosofía matemática y la historia de la ciencia. Una figura notable en esta exploración es el matemático francés Henri Poincaré (1854-1912), quien ponderó los fenómenos de la intuición numérica y la intuición geométrica. Como muchos otros, Poincaré se vio obligado a reflexionar sobre el enigma de cómo la deducción matemática se alinea con la realidad física. Su doble papel como creador en matemáticas puras e inventor en física matemática lo llevó continuamente a preguntarse cómo las construcciones en el primer campo estaban conectadas con las experiencias en el segundo. La frecuente comparación de números con espacios de Poincaré lo llevó a indagar sobre la existencia de varias geometrías, al mismo tiempo que percibía la aritmética como una disciplina singular. Buscó comprender cómo se aplicaban estas geometrías a las experiencias físicas, considerando la necesaria alineación entre los números o el análisis y su aplicación.

El misterio que rodea la adecuación de las matemáticas se vuelve aún más pronunciado cuando se consideran ciertos hechos de los que Poincaré no fue testigo personal. Un ejemplo de ello es la geometría no euclidiana de Riemann, que inicialmente fue descartada como un ejercicio intelectual sin sentido en el momento del nacimiento de Poincaré. Sin embargo, más tarde demostró ser una valiosa herramienta predictiva en la teoría de la relatividad. El propio Poincaré consideraba la geometría no euclidiana como un mero juego filosófico sin ningún uso práctico para los matemáticos.

Otro ejemplo es Gauss, quien optó por no publicar sus hallazgos sobre geometrías no euclidianas debido a su temor a la incomprensión del público. Eugen Duhring llegó incluso a afirmar que la geometría no euclidiana era una creación de las "partes degeneradas" de la mente de Gauss. Lord Kelvin expresó de manera similar su escepticismo hacia los cuaterniones, presentados por William Hamilton, y su desarrollo de vectores, sugiriendo que eran más un obstáculo que un beneficio. Kelvin creía que los vectores no tenían ningún uso práctico. Vale la pena señalar que la cuestión de la adecuación de las matemáticas para describir la realidad física, como la discutieron Poincaré y sus contemporáneos, surgió poco después del Renacimiento.

Esto coincidió con el surgimiento de una comprensión categórica de varios objetos matemáticos, tanto nuevos como existentes, gracias a los avances en la representación simbólica. Antes del siglo XVIII, por ejemplo, el término x^2 se expresaba en el lenguaje cotidiano. Sin embargo, comenzó a producirse una separación percibida entre los objetos geométricos y físicos de la representación matemática, lo que llevó al desarrollo del método axiomático moderno introducido por David Hilbert. En su trabajo "Los fundamentos de la geometría", Hilbert abandonó conceptos intuitivos de primer nivel como puntos, líneas y planos, centrándose únicamente en las relaciones entre estas entidades.

El hecho de que la mencionada adaptación pareciera natural antes de la axiomatización o clasificación estructural de los objetos matemáticos se evidencia con varios ejemplos que se pueden elegir entre una amplia gama. El concepto de relación, que precede al concepto de números naturales, surge en el contexto de la actividad económica más básica: contar. A medida que las actividades comerciales se vuelven más complejas, los números enteros entran en juego.

El estudio de la geometría y sus propiedades tiene su origen en los problemas prácticos de la topografía. Los orígenes del cálculo se remontan a la antigüedad, donde ya estaban presentes los problemas relacionados con la medición y manipulación de figuras geométricas, como el cuadrado, la curvatura, la rectificación y la determinación de los centros de masa de cuerpos hipotéticos (Camacho et al., 2011).

En el siglo XVII, Newton introdujo un marco simbólico para matematizar varios fenómenos naturales y representar su variación y cambio. Fue durante este tiempo que la noción de función se introdujo y exploró de varias maneras. La cinemática, por ejemplo, se basó en una comprensión intuitiva y algo experimental de las cantidades variables en el tiempo a las que Newton se refirió como "fluidos". La idea de "cualquier curva" se mencionó a menudo en un contexto cinemático, aunque aún no se había caracterizado analíticamente por completo para fines de razonamiento. Sin embargo, con los aportes de Cauchy a la enseñanza de los objetos matemáticos, se estableció la definición de función tal como la conocemos hoy.

Antes del siglo XVII, prevalecía la creencia de que las matemáticas y el mundo físico estaban inherentemente vinculados, producto del diseño de un poder superior. Esta conexión se vio reforzada por el avance de las matemáticas en paralelo con el desarrollo de la intuición física y geométrica, lo que confirma esta noción. Sin embargo, se produjo un cambio en el que esta conexión comenzó a evocar asombro y a convertirse en tema de investigaciones filosóficas debido a ciertos avances matemáticos que se separaron de la comprensión física. A pesar de este desapego, estos desarrollos matemáticos siguieron siendo una herramienta confiable para predecir y explicar fenómenos.

Las geometrías no euclidianas, que surgieron como un modelo matemático para la teoría de la relatividad de Einstein, llegaron antes. El álgebra de Boole, que se originó a principios del siglo XX, tuvo que esperar al avance de las computadoras para encontrar su aplicación en la teoría de los lenguajes. Esta aplicación comenzó en 1930 con la investigación de Alan Turing sobre el concepto de máquina pensante, lo que llevó a una definición matemática de computación.

De manera similar, la teoría de las curvas elípticas y otros conceptos de álgebra abstracta y teoría de números encontraron su realización "tardía" en métodos criptográficos desarrollados después de 1960. La geometría fractal, que utiliza la medida y dimensión de Hausdorff establecida en 1919, ahora se emplea en el estudio de sistemas dinámicos complejos. como el pronóstico del tiempo y la dinámica de la población.

Los avances recientes en la investigación de operaciones para la toma de decisiones implican el uso de mecanismos de prueba de teoremas lógicos para validar el proceso de toma de decisiones. La aplicación de elementos finitos, que se vio inicialmente en el diseño aeronáutico en la década de 1950, ahora se encuentra con menos frecuencia en los libros de texto debido a sus numerosas aplicaciones. Por último, la teoría de las categorías apenas comienza a aplicarse en las teorías generales de los lenguajes de programación.

Inicialmente percibidas como meros ejercicios mentales, como jugar al ajedrez sin piezas físicas, estas actividades en realidad han llevado al desarrollo de poderosas teorías y sistemas prácticos que tienen una gran importancia tanto en la tecnología como en las ciencias sociales. Esta realización desafía la creencia de que estos conceptos complejos están separados de la realidad y solo existen en el ámbito de la abstracción. De hecho, los matemáticos han logrado mantenerse más cerca de la realidad a través de su razonamiento lógico, incluso más que los físicos apoyándose en representaciones prácticas.

Esta convergencia de pesimismo histórico y escepticismo hacia la utilidad de las construcciones matemáticas independientes de un contexto "real" refleja la crítica a la educación matemática rigurosa y axiomática desde varias perspectivas académicas. Si bien la introducción de las "matemáticas modernas" en las escuelas secundarias ha resultado ser un error, implementarlas a nivel universitario tiene sus ventajas. Ayuda a organizar y dar significado a las experiencias matemáticas algo caóticas que los estudiantes han encontrado hasta ahora, alineando cada fase del desarrollo mental con su nivel apropiado de rigor.

Asimismo, la naturaleza cada vez más matematizada de los avances tecnológicos requiere el cultivo de habilidades de pensamiento formal en los futuros profesionales, lo que les permite comprender y navegar estos desarrollos. Es importante notar que cuando se habla de axiomática y rigor, el foco está en presentar definiciones y teoremas de manera racional y ordenada, sirviendo para clarificar la intuición. Sin embargo, el verdadero desafío en la educación matemática no radica en el rigor, sino en construir una comprensión significativa y marcos ontológicos para los objetos matemáticos.

El rigor sirve como herramienta, cuya eficacia en la enseñanza puede demostrarse a través de la evidencia histórica y la práctica pedagógica. La experiencia y el sentido común sugieren que en el proceso de matematización, alcanzar niveles más altos de intuición requiere un período de compresión formal; primero se debe comprender la esencia de un concepto antes de aprender a aplicarlo con eficacia.

La integración de las matemáticas en la economía es un desarrollo relativamente reciente, que ocurre en la segunda mitad del siglo XIX. A diferencia de otras ciencias sociales, los economistas clásicos no emplearon enfoques o razonamientos matemáticos en sus análisis (Enríquez, 2016). Si se usaban expresiones matemáticas o numéricas, por lo general eran recursos externos más que herramientas para el análisis. Sin embargo, esto comenzó a cambiar con la publicación de la Investigación sobre los principios matemáticos de la teoría de la riqueza de Agustín Cournot en 1838.

En esta obra pionera, Cournot expresó los conceptos de oferta y demanda de manera funcional, abordando los desafíos encontrados en la lógica literaria. Otro hito importante ocurrió en 1854 cuando Hermann Heinrich Gossen, un economista alemán, utilizó la representación geométrica en su obra Exposición de las leyes del intercambio y reglas derivadas para el comportamiento humano. A través de este trabajo, Gossen sentó las bases de la teoría de la utilidad marginal.

Ya desde 1920, hubo esfuerzos iniciales para incorporar las matemáticas en la investigación económica en la Unión Soviética. Los ejemplos incluyen los notables modelos de demanda creados por E. Slutsky y A. Konjus, los modelos de crecimiento pioneros desarrollados por G. Feldamn y el análisis de balance de "ajedrez" realizado en el Departamento Central de Estadística, que luego evolucionó con la participación de matemáticos y economistas como W. Leontief, que utilizó datos de la economía norteamericana. Además, los esfuerzos de L. Jushkov para determinar la eficiencia de la tasa de inversión allanaron el camino para una mayor exploración por parte de V. Novojilov. Vale la pena señalar que estas investigaciones compartían ciertas características con el enfoque matemático adoptado en la ciencia económica occidental durante el mismo período, como lo demuestran los trabajos de R. Harrod, E. Domar, F. Ramsey, A. Wald, J. Von Neumann , J. Hicks, Samuelson y muchos otros.

Sin embargo, los intentos iniciales de cuantificar la economía se encontraron con la resistencia de los pensadores económicos clásicos como Smith, Ricardo y Malthus. Esta resistencia se puede atribuir al hecho de que la economía se desarrolló para proporcionar soluciones racionales a los desafíos planteados por el orden social posfeudal en evolución. A medida que este orden social se volvió cada vez más complejo con el surgimiento del estado moderno y la economía de mercado, el conocimiento económico tenía como objetivo servir para fines prácticos y ofrecer orientación a académicos, políticos y empresarios por igual. Sin embargo, la introducción de las matemáticas en la economía las hizo menos accesibles al público en general, lo que provocó una creciente desconexión entre los conceptos teóricos y sus aplicaciones prácticas. Esto se puede observar en el debate en curso entre Marshall y Cuningan, que destaca el conflicto perpetuo entre las orientaciones teóricas y políticas en economía.

Curiosamente, la desconfianza histórica de las matemáticas en su capacidad para explicar y predecir fenómenos económicos todavía está presente en las facultades de economía, a veces reconocida abiertamente. Quienes han impartido cursos de matemáticas en departamentos de ciencias sociales pueden confirmar que los estudiantes muestran menos entusiasmo por el conocimiento matemático en comparación con la ingeniería. Además, existe un intento evidente en estas instituciones por simplificar y suavizar el rigor y la complejidad de los conceptos matemáticos.

CAPÍTULO 3

La cognición y la metacognición

Los orígenes del estudio de la cognición humana se remontan a septiembre de 1956, cuando Noam Chomsky introdujo el concepto de "Gramática transformativa", un modelo cognitivo para comprender el lenguaje humano. Este documento innovador sentó las bases para varios campos de estudio que adoptaron un enfoque cognitivo. La cognición se refiere a los procesos mentales involucrados en la recepción y procesamiento de información.

En entornos académicos, la cognición ocurre cuando nos relacionamos con la información a través de diferentes canales, como la comunicación verbal o escrita. Implica varias etapas, incluida la atención, la codificación y la recuperación, que finalmente conducen al resultado deseado. La metacognición, por otro lado, se refiere a nuestra capacidad para regular y gestionar nuestro propio aprendizaje. Implica planificar y elaborar estrategias sobre qué enfoques utilizar en diferentes situaciones, monitorear el proceso de aprendizaje y evaluar su eficacia. Al hacerlo, podemos identificar posibles deficiencias y aplicar estos conocimientos a futuras actuaciones.

La metacognición abarca una gama de actividades y funciones cognitivas que emprenden los individuos, utilizando mecanismos intelectuales interiorizados. Esto nos permite recopilar, generar y evaluar información, al mismo tiempo que nos permite comprender, controlar y regular nuestro propio conocimiento (Osses y Jaramillo, 2008). La línea entre cognición y metacognición a veces puede ser borrosa, ya que están interconectadas.

Por tanto, la metacognición se define como el conocimiento que poseen los individuos sobre su propia cognición y su capacidad para regularla. Para participar en la metacognición, las personas primero deben tener una comprensión de su propia cognición y participar en procesos mentales que exploren cómo funcionan sus funciones cognitivas. Por ejemplo, está claro que el conocimiento de los procesos de la memoria influye en cómo funciona la memoria.

La capacidad metacognitiva es un rasgo del pensamiento humano que está vinculado a la capacidad de una persona para:

- Adquirir los conocimientos.
- Planificar estrategias para el manejo de la información
- Prestar atención a sus propios pensamientos mientras están involucradas en el proceso de resolución de problemas. Deben ser conscientes de sus propios procesos cognitivos y tener en cuenta las diversas actividades mentales en las que se involucran cuando intentan encontrar soluciones a los problemas.
- Darse tiempo para pensar en la forma en que se resolvieron los problema.
- Evaluar y medir la eficacia y eficiencia de sus propias habilidades cognitivas.

A medida que nuestra comprensión de la metacognición se profundiza, hemos sido testigos del surgimiento de numerosos términos nuevos que encapsulan específicamente los diversos procesos mentales involucrados en este complejo fenómeno:

- La meta atención se refiere a la comprensión de los diversos componentes involucrados en el acto de prestar atención, como identificar a qué se debe prestar atención, emplear estrategias mentales para mejorar la atención, manejar y minimizar las distracciones y ejercer control sobre ellas. Cuando las personas no han desarrollado sus habilidades meta atencionales, se vuelve evidente en los estudiantes que luchan por mantener la atención enfocada. Estos individuos luchan por diferenciar entre estímulos relevantes e irrelevantes, lo que los lleva a prestar atención a todo sin poder concentrarse en nada específico.
- Meta memoria: lo que cada uno sabe sobre su propia memoria; sus capacidades, sus limitaciones, lo que se debe hacer para recordar y recordar, factores que

bloquean la memoria, diferentes formas de memoria visual y auditiva; lo que debes hacer para recordar Vive lo que ves u oyes.

- Meta lectura: Es el conocimiento que se tiene de la lectura y la manipulación mental que la acompaña. Qué hay que hacer para leer, qué no se lee bien, cuál es la diferencia entre una frase y otra. Saber leer es meta-conferencia.
- La meta escritura se refiere a la comprensión integral que uno posee sobre el arte de escribir y la capacidad de controlar y regular los procesos cognitivos involucrados en la comunicación escrita. Esto abarca conocer el propósito previsto de la pieza, manejar hábilmente la expresión de ideas y evaluar críticamente la efectividad y la medida en que se cumple el objetivo deseado.
- La meta comprensión se refiere a la comprensión de nuestra propia comprensión y los procesos cognitivos involucrados en su consecución. Esto incluye comprender el concepto de lo que significa comprender algo, evaluar el alcance de nuestra comprensión, identificar los pasos necesarios para lograr la comprensión y reconocer el propósito detrás de esto. Es distinta de otras actividades mentales como memorizar, deducir o imaginar. Sin la conciencia de nuestra meta comprensión, seríamos ajenos al hecho de que no hemos comprendido realmente un tema o tema en particular. Esta es precisamente la razón por la cual la meta comprensión tiene una importancia inmensa en el ámbito del aprendizaje y la educación.

Adicionalmente a la autoconciencia del individuo sobre sus procesos metacognitivos, es imperativo, poseer un fuerte sentido de la motivación. Esto se debe a que el desarrollo del autoconcepto de uno mismo está fuertemente influenciado por conocimientos metacognitivos específicos, como la formación de la propia percepción con respecto a sus habilidades y capacidades.

El aprendizaje es el resultado de estos diversos procesos. Para comprender verdaderamente un tema específico, los estudiantes deben asignarle un significado, construir una imagen mental o usar declaraciones verbales para crear una representación, o desarrollar una teoría o modelo mental que sirva como marco para explicar los conocimientos adquiridos. Este proceso es esencial para un aprendizaje efectivo.

La modificación cognitiva

Reuven Feuerstein, el creador de esta teoría, era originario de Rumania. Completó su educación en la Universidad de Ginebra, donde obtuvo una licenciatura en psicología. Luego se especializó en Psicología General y Clínica en la misma universidad antes de obtener un doctorado en Psicología del Desarrollo en la renombrada Universidad de la Sorbona en París. Uno de los principios fundamentales de esta teoría es que no existen condiciones irreversibles que no puedan ser manejadas y tratadas. Investigaciones recientes sobre la inteligencia respaldan esta noción y revelan que la inteligencia es un rasgo complejo y multifacético que puede modificarse e influirse.

Esta teoría reconoce que la inteligencia no es fija y depende de varios factores. El desarrollo de esta teoría surgió de la amplia experiencia del Dr. Feuerstein trabajando con personas que mostraban un bajo rendimiento debido a diversas formas de privación. Su objetivo era potenciar sus capacidades de aprendizaje y desarrollo cognitivo. La teoría de la modificabilidad cognitiva se fundamenta en la creencia de que el organismo humano es un sistema abierto capaz de modificarse a sí mismo, siempre que exista un acto humano mediador. En resumen, la teoría del Dr. Feuerstein enfatiza el potencial de los individuos para mejorar sus habilidades cognitivas a través de la intervención y la mediación. Desafía la noción de inteligencia fija y destaca la importancia de nutrir y desarrollar el potencial cognitivo de uno.

La inteligencia es un concepto multifacético que abarca varios procesos cognitivos. No es una entidad singular sino más bien un sistema jerárquico compuesto por componentes interconectados (Pino y Arán, 2019). Cada nivel dentro de este sistema contribuye a una estructura más grande mientras funciona simultáneamente como una unidad completa. Todo el sistema se caracteriza por su capacidad de autorregulación y adaptación, lo que permite el surgimiento de una complejidad creciente y un pensamiento innovador. A diferencia de los rasgos innatos, la inteligencia no está predeterminada al nacer; en cambio, se forma y desarrolla a través de la participación activa y la participación del individuo:

- La inteligencia es un concepto complejo que abarca varios elementos, incluidos diferentes componentes, estructuras interconectadas y dimensiones interdependientes. Esta complejidad surge de la interacción entre la herencia genética, la organización del cerebro y las diversas vías de desarrollo experimentadas por individuos y grupos.
- La inteligencia está indudablemente influenciada por la genética, pero también se ve muy afectada por el compromiso de un individuo con su entorno. Si se modifican las circunstancias en las que se encuentra una persona, se abre la posibilidad de que la inteligencia se altere y mejore.
- La inteligencia está intrincadamente entrelazada con varios factores, como la personalidad y las circunstancias de un individuo. La capacidad del hombre para pensar abarca una miríada de enfoques, ya que existen innumerables formas en las que uno puede participar en una actividad inteligente. Además, la inteligencia sirve como indicador y como resultado de los rasgos de personalidad únicos de cada uno. Por lo tanto, comprender y desentrañar el comportamiento inteligente de un individuo requiere un examen exhaustivo de su personalidad, motivación, actitudes e historia personal.

Según el Dr. Feuerstein, la razón del bajo rendimiento académico es la utilización ineficaz de las funciones cognitivas necesarias. En un esfuerzo por abordar este problema, ha desarrollado un programa que tiene como objetivo mejorar, cultivar, refinar y solidificar los requisitos previos fundamentales de los procesos cognitivos. El concepto de modificabilidad busca guiar a los individuos hacia un nuevo estado del ser que actualmente es inexistente o imprevisible. Este programa abarca un enfoque dinámico para el desarrollo de la inteligencia, teniendo en cuenta la totalidad del ser humano en lugar de centrarse únicamente en los aspectos intelectuales.

El enfoque de la modificabilidad cognitiva es fomentar el crecimiento y la adaptación de las funciones cognitivas y los procesos mentales, con la intención de aumentarlos o modificarlos según sea necesario. A través del proceso de mediación, las personas pueden identificar y corregir cualquier deficiencia en sus funciones cognitivas. El mediador humano actúa como intermediario entre el individuo y los estímulos que encuentra, proporcionando estímulos y transformándolos, además de considerar las predisposiciones, necesidades y percepciones del individuo que influyen en sus capacidades cognitivas.

El mediador asegura que se establezcan condiciones favorables para la interacción. El Dr. Feuerstein se refiere a este proceso como la "Experiencia de Aprendizaje Mediado" (EAM), que puede entenderse como un tipo de interacción entre el individuo y su entorno. Ciertos estímulos ambientales son interceptados por un mediador que los selecciona, organiza, reorganiza y agrupa de manera que se alineen con un objetivo específico. Según Feuerstein, la Experiencia de Aprendizaje Mediado se puede ofrecer a personas de todas las edades, siendo el factor clave la utilización de una modalidad adecuada. Para facilitar esta experiencia, se deben cumplir ciertos requisitos:

- La reciprocidad enfatiza la importancia de un intercambio mutuo y colaboración entre el mediador y los participantes. El mediador actúa como representante de la conciencia cultural colectiva, facilitando no solo la recepción de estímulos sino también involucrando activamente a los individuos en un desafío compartido. Este esfuerzo colaborativo fomenta un sentido de propiedad e inversión en el proceso de mediación, lo que permite que tanto el mediador como los individuos contribuyan y se beneficien de la experiencia compartida.
- La intencionalidad y la reciprocidad juegan papeles cruciales en el proceso de mediación, ya que involucran una interacción deliberada y con un propósito entre el mediador y las personas involucradas. El mediador tiene en cuenta las metas y objetivos que se han establecido de antemano, que sirven como principios rectores en la selección y organización de la información y los materiales pertinentes. Este enfoque intencional asegura que la sesión de mediación esté enfocada y dirigida hacia el logro de los resultados predeterminados. En resumen, la intencionalidad y la reciprocidad son componentes vitales de una mediación eficaz. Establecen un propósito claro y una dirección para la interacción, asegurando que se cumplan los objetivos. Al mismo tiempo, fomentan una experiencia colaborativa y compartida, lo que permite el crecimiento y el enriquecimiento mutuo. Al adoptar la intencionalidad y la reciprocidad, los mediadores pueden crear un entorno significativo e impactante que promueva el aprendizaje, el desarrollo y el logro de objetivos predeterminados. A través de este enfoque intencional y recíproco, el proceso de mediación se convierte en un viaje dinámico y transformador. Va más allá de la mera difusión de información y la recepción pasiva, ya que fomenta la

implicación y participación activa de todas las partes implicadas. Este compromiso mutuo sirve como catalizador para la adquisición de conocimientos, el desarrollo personal y el enriquecimiento tanto del mediador como de los individuos.

- El concepto de mediación de significado gira en torno a la idea de que es crucial generar interés y conciencia en el individuo con respecto a la tarea en cuestión, asegurando que comprenda su significado y relevancia para su proceso de aprendizaje. Para lograrlo, el mediador debe establecer y potenciar una fuerte conexión emocional con el individuo, creando un ambiente que fomente la aceptación y apertura hacia la recepción y procesamiento de los estímulos. Esto permite que los estímulos se integren efectivamente en el sistema de significados existente del individuo, facilitando una comprensión y asimilación más profunda de la información.

- La meditación de trascendencia se refiere a una forma de mediación que va más allá de abordar el problema inmediato en cuestión. Implica conectar varias actividades del pasado con el futuro y, en última instancia, lograr una comprensión y una aplicación más amplias de la información disponible.

Para Feuerstein, la mayoría de las características que son fundamentales para la mente humana no son naturalmente inherentes, sino que requieren influencia externa y comunicación con otros para su desarrollo. Al explicar los distintos niveles de desarrollo cognitivo de los individuos, Feuerstein introduce dos modalidades. Estas modalidades sirven como métodos o enfoques que dan forma y determinan el crecimiento cognitivo de un individuo:

- El concepto de exposición directa de los organismos a los estímulos ambientales se refiere a la idea de que a medida que los organismos crecen y se desarrollan, sus características psicológicas determinadas genéticamente se moldean y alteran continuamente por la exposición directa a los diversos estímulos que presenta el medio ambiente. En otras palabras, esto significa que las experiencias e interacciones de un organismo con el medio ambiente juegan un papel crucial al influir y moldear la estructura psicológica y el comportamiento del individuo a lo largo de su vida.

- La experiencia de aprendizaje mediado es crucial para promover la modificabilidad en los individuos. Para que esta modificabilidad tenga lugar, debe haber una interacción dinámica y activa entre la persona y las fuentes de estimulación tanto internas como externas. Esta interacción se facilita a través de lo que se conoce como Experiencia de Aprendizaje Mediado (E.A.M). La experiencia de aprendizaje mediado implica la participación de un mediador, como un padre, educador, tutor o cualquier otra persona relacionada con el individuo. El mediador juega un papel vital en la selección, organización y transmisión de estímulos específicos de su entorno, ayudando así a la persona a comprender, interpretar y utilizar estos estímulos de manera efectiva. Además, el mediador también actúa como transmisor de cultura, ayudando a impartir importantes conocimientos y valores culturales al individuo.

Asimismo, destaca la presencia de dos categorías distintas de factores que contribuyen al proceso de desarrollo cognitivo:

- Las causas distales abarcan una amplia gama de factores que tienen un impacto duradero en los individuos, incluidas las predisposiciones genéticas, las influencias orgánicas, los desencadenantes ambientales, los cambios relacionados con la maduración y varios otros elementos que dan forma permanente a la existencia humana.
- Las causas próximas se refieren a factores relacionados con la ausencia de aprendizajes estructurados y un entorno socioculturalmente desfavorecido, entre otros. Es importante señalar que Feuerstein rechaza la noción de que las causas distales pueden conducir a un declive irreversible en las personas, y tampoco cree que las causas proximales puedan tener un impacto significativo y permanente en una persona.

Las habilidades cognitivas y las funciones matemáticas

Como se discutió anteriormente, la modificabilidad cognitiva es un concepto que enfatiza principalmente la mejora y el refinamiento de las funciones cognitivas y los procesos mentales. Estas funciones cognitivas abarcan una amplia gama de habilidades y destrezas que contribuyen a nuestras capacidades generales de pensamiento y resolución de problemas. Incluyen, entre otros, la memoria, la atención, la percepción, el razonamiento y la comprensión del lenguaje.

Al participar activamente en la modificabilidad cognitiva, las personas pueden trabajar activamente para mejorar y expandir estas funciones cognitivas, lo que en última instancia conduce a un sistema cognitivo más eficiente y efectivo. Este proceso implica desafiar y estimular activamente la mente a través de diversas actividades y ejercicios que se enfocan en funciones cognitivas específicas, lo que permite el desarrollo y fortalecimiento de conexiones y vías neuronales. En consecuencia, las personas que participan activamente en la modificabilidad cognitiva pueden experimentar mejoras significativas en sus capacidades cognitivas, lo que lleva a un mejor aprendizaje, resolución de problemas, toma de decisiones y rendimiento cognitivo general:

- La identificación se refiere a la capacidad de un individuo para asignar significado o comprensión a un evento o situación en particular. Esto implica el proceso de reconocer y reconocer información o conocimiento relevante que ya se posee antes de emprender cualquier exploración o investigación adicional. Para ilustrar, al abordar un material de lectura, es fundamental identificar y tener en cuenta cualquier conocimiento previo o familiaridad con el tema en cuestión para establecer una base sólida para la comprensión e interpretación.

- La evocación: la capacidad de recordar experiencias previas. Por ejemplo, integrar elementos, relaciones, propiedades o partes dentro de la información para resolver un problema.
- La habilidad de comparar implica el acto de contrastar dos o más elementos, permitiéndonos establecer tanto similitudes como diferencias entre ellos. Esta habilidad es fundamental para reconocer atributos que normalmente no se notan. Para ilustrar esto, consideremos los términos descubrimiento e invención y comparémoslos para resaltar las características distintivas de cada uno.
- El análisis es la habilidad de descomponer una entidad completa en sus componentes individuales. Nos permite examinar las propiedades, funciones, propósitos, conexiones, estructuras y procesos del todo mediante el estudio de sus partes. Un ejemplo de esto podría ser un ejercicio de orientación espacial donde articulamos y evaluamos lo que observamos.
- La síntesis se refiere a la capacidad de combinar efectivamente varios componentes, conexiones, características o elementos para crear entidades completamente nuevas y significativas. Esta habilidad permite a los estudiantes eliminar información irrelevante o sin importancia, condensar grandes conjuntos de datos e identificar patrones o principios generales que abarcan grandes cantidades de información. Para ilustrar, un estudiante puede emplear la síntesis creando una tabla completa, construyendo un mapa conceptual o generando un resumen conciso para capturar la esencia de un tema o tema complejo.
- La clasificación: La capacidad de organizar los elementos en varias categorías y subcategorías en función de criterios o características específicas. Esto implica el proceso de categorizar una colección de individuos, como clasificarlos por edad, sexo, puesto de trabajo, nivel de experiencia y otros factores relevantes.
- El concepto de representación mental se refiere a la capacidad de un individuo de utilizar símbolos o significantes para evocar mentalmente o convocar aspectos de la realidad. Una forma práctica de observar esta habilidad en acción es pedirle a un estudiante que exprese sus pensamientos o asociaciones cuando se le presente una palabra específica, como "automóvil". Este ejercicio alienta al alumno a aprovechar su reserva mental de conocimientos y experiencias relacionados con los automóviles, mostrando así su capacidad para representar y evocar mentalmente el concepto de un automóvil.
- La deducción es un proceso de razonamiento lógico donde uno saca conclusiones o identifica consecuencias específicas basadas en lo que ya se sabe. Esto se puede hacer aplicando generalizaciones o principios explícitos a la información dada. Por ejemplo, se le puede pedir a un estudiante que reconozca las conclusiones o resultados que resultan de una declaración general.
- La inducción, también conocida como razonamiento inductivo, se refiere al proceso lógico de sacar conclusiones basadas en observaciones repetidas de

fenómenos u objetos de conocimiento para identificar relaciones esenciales. Su objetivo principal es descubrir leyes, principios o generalizaciones. Para ilustrar, considere el escenario donde se identifican atributos específicos dentro de un individuo, lo que lleva a una conclusión particular.

- El razonamiento divergente, es la capacidad de generar ideas o soluciones diferentes y creativas para un problema presentado. Ejemplo: Permita que los estudiantes muestren todas las posibles respuestas a una pregunta.
- El razonamiento hipotético se refiere a la capacidad cognitiva de ensayar mentalmente y explorar diferentes opciones para interpretar y resolver un problema. Esto implica participar en actividades como enseñar el concepto de declaraciones "si... entonces", o participar en ejercicios que fomenten la consideración de diversas posibilidades y posibles resultados. Al perfeccionar esta habilidad, las personas pueden mejorar sus capacidades de resolución de problemas imaginando diferentes escenarios y evaluando las posibles consecuencias de cada opción.
- El razonamiento inferencial se refiere a la capacidad cognitiva para hacer predicciones o dibujar generalizaciones sobre el comportamiento de ciertos hechos o fenómenos basados en situaciones específicas o experiencias personales. Esta habilidad consiste en recopilar información fáctica de una situación dada y combinarla con conocimientos o creencias existentes para formar conclusiones. Por ejemplo, nos permite comprender por qué alguien puede haber respondido de una manera específica o cómo se desarrolló un evento en particular. Al emplear efectivamente el razonamiento inferencial, las personas pueden dar sentido al mundo que les rodea y mejorar su comprensión de las relaciones de causa y efecto.

Problemas matemáticos y desarrollo de habilidades cognitivas

En Latinoamérica, la enseñanza de las matemáticas juega un papel fundamental en la Educación. El currículo se enfoca en actualizar y fortalecer la educación matemática, incorporando fundamentos científicos, psicológicos y epistemológicos. El objetivo es fomentar procesos de pensamiento creativo y generativo entre los estudiantes. El concepto de enseñar matemáticas en este contexto enfatiza la importancia de involucrar a los estudiantes en actividades significativas que se derivan de problemas de la vida real (Mora, 2003). Estas actividades requieren pensamiento creativo, lo que permite a los estudiantes hacer conjeturas, aplicar información y comunicar sus ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación.

La enseñanza de las matemáticas tiene una gran importancia en nuestra sociedad, ya que se considera uno de los pilares de la educación obligatoria. El dominio de esta materia contribuye significativamente al perfil educativo integral del estudiante al culminar la Educación General Básica y el Bachillerato. Puesto que, a través de las matemáticas, los estudiantes adquieren la capacidad de razonar, abstraer, analizar, tomar decisiones informadas, sistematizar información y resolver problemas.

Estas habilidades también contribuyen a su desarrollo personal, fomentando la equidad, la innovación y el apoyo. Además, el conocimiento matemático brinda a los estudiantes una comprensión cultural fundamental, ya que las matemáticas sirven como medio de comunicación entre las personas. Lo implica que se anime a los estudiantes a tomar iniciativas creativas, ser proactivos, perseverantes, organizados y trabajar en colaboración para resolver problemas. De acuerdo con las actualizaciones curriculares en América Latina, el currículo de matemáticas pone un fuerte énfasis en el desarrollo de competencias dentro de un contexto bien definido. Se alienta a los estudiantes a resolver problemas relacionados con su vida diaria, basándose en una sólida comprensión de los conceptos matemáticos y estrategias efectivas para resolver problemas. Este enfoque le da al aprendizaje un significado práctico y funcional para los estudiantes.

El diseño del currículo de matemáticas siempre se ha arraigado en un punto de vista filosófico que enfatiza la importancia de que los estudiantes se involucren y resuelvan problemas de la vida real usando conceptos y herramientas matemáticas. Este enfoque comienza con la presentación de un problema o situación genuina, lo que permite a los estudiantes interpretarlo utilizando el lenguaje, proponer acciones, aplicar conceptos y acciones y, en última instancia, resolver el problema e interpretar los resultados. Además, así como las matemáticas tienen una perspectiva epistemológica, también adoptan una visión pedagógica que debe ser considerada en el proceso de enseñanza y planificación de lecciones.

En este enfoque, los estudiantes están en el centro de los procesos educativos y matemáticos, participando en actividades de resolución de problemas que conducen a posibles soluciones, modelando escenarios del mundo real, desarrollando estrategias y aplicando técnicas. Enseñar matemáticas con un enfoque en la resolución de problemas no solo facilita el aprendizaje activo, sino que también brinda oportunidades valiosas para que los estudiantes planteen, exploren y aborden desafíos importantes.

La representación es un aspecto esencial de las matemáticas, ya que nos permite comprender y trabajar con conceptos matemáticos que no son directamente observables. Esta representación puede tomar la forma de descripciones verbales, símbolos o gráficos, y juega un papel crucial en la traducción y conversión de ideas matemáticas. Cuando nos comunicamos sobre matemáticas, ya sea a través del lenguaje hablado o escrito, estamos utilizando estas representaciones para transmitir nuestras interpretaciones y soluciones a los problemas (Puga et al., 2016). Este lenguaje de las matemáticas nos ayuda a reconocer conexiones entre conceptos relacionados y aplicar el pensamiento matemático a situaciones del mundo real, a menudo con la ayuda de la tecnología.

La comunicación es un componente vital del desarrollo de las matemáticas. A través del diálogo y la discusión entre estudiantes y profesores, se pueden compartir y reflexionar ideas, lo que conduce a una comprensión más profunda y mejora del razonamiento matemático. Este proceso de comunicación permite la generación de nuevas ideas y la realización de procesos matemáticos.

La justificación es otro aspecto importante de las matemáticas, ya que proporciona el razonamiento lógico y la evidencia necesaria para respaldar el conocimiento matemático. Ya sea a través de argumentos inductivos o deductivos, el razonamiento y la demostración sirven como poderosas herramientas en matemáticas. Al explorar fenómenos, formular conjeturas y justificar resultados, podemos apreciar verdaderamente el significado y el valor de las matemáticas. El objetivo final en la educación matemática es cultivar el razonamiento matemático como un hábito, asegurando que se pueda aplicar de manera efectiva en varios contextos.

La conexión entre las ideas y los objetos matemáticos permite una comprensión profunda y duradera del tema, lo que permite a los estudiantes relacionarlo con otras disciplinas o áreas de su propio interés. Esta conexión se establece a través de la institucionalización de estructuras lógicas globales, que forman un sistema conceptual lógico entrelazado con la realidad cultural. Los objetos matemáticos se utilizan en el salón de clases o durante los momentos de instrucción como un medio para facilitar esta conexión.

Los profesores juegan un papel crucial en el establecimiento de los actos necesarios para este desarrollo, con el objetivo de crear las principales habilidades y alinearlas con los criterios de desempeño y los objetivos de aprendizaje. El foco de la orientación docente-estudiante debe estar en nutrir todas las potencialidades de los estudiantes, promoviendo la formación de personas íntegras que posean tanto conocimientos como habilidades prácticas. Para lograr esto, es importante comprender cómo los estudiantes aprenden y emplean estrategias que mejoran la aplicación del currículo, haciendo que el aprendizaje sea significativo y no una mera réplica de procesos matemáticos.

El interaprendizaje de las matemáticas se reconoce cada vez más como esencial en la formación de los individuos, ya que estimula el razonamiento deductivo y sirve como estructura fundacional para otras ciencias debido a su carácter interdisciplinario. Además, las matemáticas proporcionan procedimientos adecuados para el desarrollo de habilidades esenciales como el razonamiento, el pensamiento lógico, el pensamiento crítico, la argumentación razonada y la resolución de problemas. El proceso de aprendizaje en matemáticas es constructivo, se inicia con nociones y conceptos elementales que no estaban definidos en la antigüedad y se avanza paulatinamente hacia conjuntos más complejos y de diversa naturaleza. Así, el desarrollo de las matemáticas se basa en cuatro ejes importantes: lógica matemática, conjuntos, números reales y funciones.

Experiencia ecuatoriana

De acuerdo con los datos proporcionados por el Ministerio de Educación, en una muestra de 41.702 estudiantes de diversos tipos de instituciones educativas, entre ellas públicas, municipales, fiscales, misioneras y privadas, se reveló que entre los estudiantes de cuarto año, el 25% no alcanzó los estándares mínimos en matemáticas. Pasando a los estudiantes de séptimo año, los resultados arrojaron que el 30% obtuvo un puntaje considerado insuficiente, mientras que el 54,5% alcanzó el nivel elemental en matemáticas. Asimismo, el 13,3 % obtuvo una puntuación satisfactoria y solo el 2,2 %

obtuvo la calificación de excelente. Los niveles de desempeño de los estudiantes de décimo año indicaron que el 42,8% tuvo un nivel insuficiente, mientras que el 45,9% alcanzó el nivel elemental en matemáticas. En el tercer año de secundaria, el 31% de los estudiantes todavía se consideraba con un nivel insuficiente en esta materia.

En el desempeño de los estudiantes de cuarto grado en el programa de Educación General Primaria, donde el plan de estudios incluye contenido articulado de manera sistemática y coherente, los criterios de desempeño de habilidades específicas no son considerados adecuadamente, lo que dificulta el crecimiento continuo y dinámico en el nivel elemental. En cambio, en el subnivel de bachillerato dentro del programa de Educación General Básica, estos criterios se abordan implícitamente dentro del campo de las relaciones lógico-matemáticas.

En el desempeño en matemáticas, el nivel excelente se mantiene en estándares bajos para mostrar la eficacia, la eficiencia, la contextualización, el respeto y la transferibilidad de aplicar el conocimiento científico para resolver problemas. Esto se logra mediante la utilización flexible de reglas y modelos matemáticos para comprender los aspectos, conceptos y dimensiones matemáticos del mundo social, cultural y natural. Además, implica la creación de modelos matemáticos utilizando todos los datos disponibles para abordar problemas cotidianos y fomentar actitudes de orden, perseverancia y capacidad de investigación, cultivando en definitiva la pasión por las Matemáticas sin descuidar el desarrollo del entorno social y natural.

Dentro del nivel elemental, se mantiene consistente al reconocer funciones lineales a través del análisis de su tabla de valores, gráficas o ecuaciones. Al comprender uno de los tres modelos antes mencionados, uno puede determinar los otros dos y obtener información sobre las variaciones constantes con patrones en funciones lineales y sus valores pertinentes al resolver problemas de la vida real. Se puede afirmar que el pensamiento lógico asegura que el conocimiento se alinee con la realidad que representa y aplica la corrección lógica como único criterio para evaluar la validez de un pensamiento. Los procedimientos deductivos válidos, que garantizan la exactitud del razonamiento, están presentes en todas las ciencias e incluso en todas las actividades humanas.

El bloque de Álgebra y Funciones en Principios Básicos se enfoca en identificar regularidades y utilizar patrones para predecir valores, lo que lleva a la conclusión de que el estudio de funciones involucra conceptos relacionados con estos principios. El estudio de conjuntos numéricos, a saber, naturales (N), enteros (Z), racionales (Q) y reales (R), progresa dentro del álgebra. Esto incluye el examen de las operaciones de suma y multiplicación, sus propiedades algebraicas y la solución de ecuaciones. Se emplean materiales concretos para mejorar el pensamiento crítico y las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes en su vida diaria.

En el bloque de geometría y medidas, los estudiantes comienzan descubriendo formas y figuras durante los primeros años de Educación General Básica, explorando las dimensiones presentes en su entorno para determinar sus características y analizar sus atributos. Este proceso permite a los estudiantes comprender los conceptos básicos de geometría. A medida que los estudiantes avanzan a través de niveles básicos superiores, su conocimiento se entrelaza con la lógica proposicional. Esto los equipa con la capacidad de razonar y brindar demostraciones, que finalmente culminan en el estudio de espacios vectoriales, líneas paralelas, líneas perpendiculares y aplicaciones geométricas. Este enfoque fomenta una actitud de orden, perseverancia y capacidad de investigación.

En el segmento del módulo de estadística y probabilidad, los datos recopilados del entorno del estudiante se recopilan cuidadosamente y se examinan meticulosamente mediante el uso de ayudas visuales como pictogramas, diagramas circulares y gráficos de barras poligonales. Estas representaciones gráficas permiten una comprensión visual de la información disponible. A medida que avanza el módulo, el enfoque cambia hacia la estadística descriptiva, que abarca un estudio exhaustivo de las probabilidades. Este estudio se vuelve más completo y complejo a medida que los estudiantes avanzan en la escuela secundaria, profundizando en las medidas de dispersión y posición. Al explorar estos conceptos, se alienta a los estudiantes a participar en el razonamiento lógico-matemático y cultivar sus habilidades de pensamiento creativo cuando se trata de interpretar los datos y sacar conclusiones significativas. El proceso fomenta un sentido de compromiso y responsabilidad al expresar sus hallazgos.

El enfoque moderno de las matemáticas pone un fuerte énfasis en el desarrollo del pensamiento lógico, que se considera una característica crucial. Este enfoque también aboga por la integración de las matemáticas con otras materias en la Educación General Básica. Al enseñar matemáticas, es importante proporcionar a los estudiantes una sólida comprensión de los conceptos matemáticos básicos, así como la capacidad de aplicar estos conceptos en situaciones de la vida real. Además, se debe alentar a los estudiantes a pensar de manera crítica y creativa, utilizando métodos heurísticos y de resolución de problemas.

Desafortunadamente, muchos estudiantes creen que las matemáticas no son importantes para el desarrollo del razonamiento lógico y el pensamiento creativo. Sin embargo, es ampliamente reconocido que las matemáticas son en realidad una ciencia que contribuye en gran medida a la formación intelectual de los individuos. Por ello, es fundamental que los docentes diseñen actividades que estén alineadas con el currículo y promuevan el desarrollo de competencias. Deben evitarse las prácticas de enseñanza tradicionales, que se centran en la memorización y la repetición de algoritmos, ya que no permiten la reflexión, el análisis y otras habilidades importantes. En su lugar, se debe alentar a los estudiantes a que vayan más allá de simplemente proporcionar una respuesta correcta a un problema y, en cambio, se centren en analizar, discutir, argumentar y demostrar los procedimientos utilizados para llegar a sus respuestas.

La metodología se centra en el análisis e identificación de sus componentes, con el objetivo de incentivar el uso sistemático del pensamiento reflexivo que formula con claridad y precisión el texto problema. Esto implica leer el problema varias veces hasta que se identifiquen los datos, las incógnitas y las posibles relaciones. Se proponen posibles soluciones, se formulan operaciones matemáticas y se ejecutan operaciones para trasladar la situación concreta a la solución del problema. Luego, los resultados se comparan con otros problemas similares que se han resuelto o el problema propuesto se divide en problemas parciales más pequeños. Existe una perspectiva matemática específica sobre el papel de los problemas en la vida de quienes se dedican a las matemáticas.

Esta perspectiva enfatiza la importancia de que los docentes investiguen y utilicen nuevos recursos, materiales, herramientas y prácticas innovadoras para desarrollar efectivamente objetivos, conocimientos, aplicaciones, perspectivas, alternativas metodológicas y evaluación. Este enfoque permite a los estudiantes desarrollar plenamente sus habilidades de razonamiento y habilidades de pensamiento creativo. Pólya introduce el término "heurística" en su texto "Cómo resolverlo", que se refiere a la habilidad que permite a los estudiantes elaborar conceptos y representarlos estableciendo relaciones entre ellos. En el caso del sistema numérico, esta habilidad se manifestaría al adquirir una comprensión de los números, su composición, valor posicional y establecer relaciones de orden entre los números.

Una vez que tienen una base sólida en la fase concreta, los estudiantes pasan a la fase gráfica. Aquí, desarrollan aún más su comprensión al asociar lo que han manipulado con su respectiva representación en gráficos y dibujos. Esta representación visual les ayuda a visualizar y solidificar su comprensión de los conceptos. Es importante tener en cuenta que estas fases de aprendizaje basadas en la resolución de problemas fueron propuestas por Díaz Barriga Arceo en 2003. Este marco proporciona un enfoque estructurado para el aprendizaje, lo que permite a los estudiantes construir gradualmente su comprensión y aplicar su conocimiento de manera efectiva.

Finalmente, en la fase de aplicación, los conceptos abstractos se afirman a través de ejercicios y aplicaciones prácticas. Esta fase permite a los estudiantes poner en práctica sus conocimientos y reforzar aún más su comprensión. Al aplicar lo que han aprendido en situaciones de la vida real, los estudiantes pueden solidificar su comprensión de los conceptos abstractos. La siguiente fase es la fase simbólica, donde los estudiantes comienzan a elaborar conceptos abstractos. A través de un proceso de construcción mental gradual, van haciendo conexiones entre lo manipulado en la fase concreta, su representación gráfica y los símbolos correspondientes. En última instancia, esta fase lleva a los estudiantes a ser capaces de comprender y manejar completamente estos símbolos.

El estudio de las matemáticas constituye la base de nuestra capacidad para pensar, observar, usar la intuición y la imaginación, y participar en el razonamiento lógico. Nos permite establecer conexiones, hacer inferencias, sacar conclusiones y aplicar significado a los símbolos, todo lo cual contribuye al desarrollo de nuestras habilidades cognitivas. El método de resolución de problemas es una herramienta eficaz para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ya que permite diversas formas de practicar y reflexionar sobre procesos como la inducción, la deducción, la generalización y la particularización, que son fundamentales para el pensamiento heurístico. La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas se sustenta en fundamentos teóricos y metodológicos, particularmente el enfoque socio-histórico-cultural. Este enfoque enfatiza la importancia de considerar el contexto social, histórico y cultural en el que se presentan y resuelven los problemas matemáticos. Guía el tratamiento de estos problemas enfocándose en el desarrollo de habilidades cognitivas, el uso de procedimientos específicos y la comunicación efectiva de conclusiones, hallazgos o soluciones.

CAPÍTULO 4

Enseñanza de las matemáticas y sus aspectos fundamentales

En los centros de educación superior, el propósito de la enseñanza de las matemáticas es dotar a los estudiantes de las habilidades para comprender numerosos artículos profesionales publicados en revistas de renombre como American Economic Review, Quarterly Journal of Economics, Journal of Political Economy, Review of Economics and Statistics y Diario Económico. Asimismo, vale la pena mencionar la amplia gama de recursos disponibles en Internet que mejoran aún más la comprensión de los principios matemáticos en el campo de la economía.

No se puede ignorar la naturaleza empírica de las matemáticas durante su creación y uso, así como su capacidad para globalizar y organizar pensamientos, lo que en última instancia conduce a una comprensión más estructurada y formalizada de las experiencias iniciales. Además, es innegable que existe un aumento constante de la abstracción en las representaciones simbólicas de los resultados teóricos resultantes de la aplicación de las matemáticas a la economía. Por tanto, con base en la evidencia histórica, es claro que la educación matemática debe abarcar tanto los aspectos empíricos como los abstractos, considerando también los aspectos instrumentales y formales que han ido surgiendo a lo largo de su desarrollo.

En la descripción de los programas de capacitación introductorios, a menudo se enfatiza que el objetivo principal es establecer y desarrollar un marco cognitivo particular en áreas como matemáticas, física, lenguaje, informática y más. Este énfasis en el diseño de estos cursos nos impulsa a profundizar en el concepto de una "estructura cognitiva matemática" y definir cuidadosamente lo que implica. Vale la pena señalar que el uso del artículo indefinido "uno" en este contexto implica que existen múltiples opciones a considerar a la hora de seleccionar la estructura cognitiva más adecuada.

Para situar adecuadamente este concepto, es esencial considerar el pensamiento algorítmico como el nivel fundamental de comprensión requerido para que los estudiantes se involucren de manera independiente y crítica con textos de orientación matemática. Esta habilidad no solo es necesaria para tener éxito en los cursos de nivel superior dentro de su campo de estudio elegido, sino que también se vuelve invaluable para sus futuros estudios de posgrado. Para comprender completamente la importancia de esta elección, es crucial reconocer y aceptar el consenso entre la comunidad científica de que las matemáticas operan en un marco lógico-deductivo. Esto significa que las premisas en matemáticas están interconectadas de manera que cada premisa sirve como conclusión de la anterior y como requisito previo para la siguiente. En otras palabras, el valor de verdad en matemáticas se deriva de sus definiciones fundamentales y se basa en ellas a través de teoremas hasta llegar a las premisas finales.

Para elevar nuestro sentido común, es crucial profundizar en los ámbitos de la historia y la epistemología de las matemáticas. Al comprender su pasado y sus aplicaciones actuales en campos como la economía y la ingeniería, podemos desarrollar el marco conceptual esencial necesario para analizar críticamente y sugerir mejoras para la educación matemática. Este proceso debe ocurrir dentro de un contexto más amplio de discusión académica horizontal, fomentando el intercambio de diversas perspectivas y, en última instancia, promoviendo un mayor nivel de profesionalismo en este campo.

Es esencial que los estudiantes de educación superior reconozcan el valor práctico de las matemáticas, ya que posee conceptos abstractos y aplicaciones de la vida real. Al exponer a los estudiantes a varios escenarios no matemáticos que presentan problemas reales, pueden obtener una comprensión más profunda de los principios involucrados en el trabajo matemático (Costa, 2022). Esto se puede lograr a través de un conjunto de ejemplos cuidadosamente seleccionados que introducen de manera efectiva a los estudiantes a los aspectos fundamentales de la práctica matemática.

En las universidades latinoamericanas, no es raro encontrar estudiantes de economía e ingeniería que carecen de la base matemática necesaria para comprender incluso artículos básicos de economía que involucran matemáticas de nivel secundario. Como resultado, se vuelve imperativo establecer equipos interdisciplinarios compuestos por matemáticos y economistas para diseñar cursos de matemáticas que incorporen el razonamiento meticuloso inherente al pensamiento matemático. Estos cursos deben profundizar en el tema con suficiente profundidad para permitir a los estudiantes participar en trabajos publicados recientemente y alcanzar el nivel de competencia necesario para hacer que los conceptos y las técnicas matemáticas sean indispensables en cursos avanzados de economía como microeconomía, macroeconomía, desarrollo y economía ambiental, mano de obra. economía, organización industrial y finanzas.

El proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas1 en el ámbito escolar, especialmente en el nivel primario (en tres ciclos) y en el nivel secundario, se ha convertido en los últimos años en una tarea sumamente compleja y fundamental en todo sistema educativo. Probablemente no exista sociedad que no cuente en su estructura educativa con programas relacionados con la educación matemática (Bishop, 1988; Mora, 2002). Los profesores de matemáticas y otras ciencias a menudo enfrentan requisitos de enseñanza innovadores y en constante cambio, que requieren mayor atención por parte de quienes participan en la investigación en educación matemática y, sobre todo, en la mejora del aprendizaje. Las unidades cubren una variedad de temas dentro y más allá de las matemáticas.

Si bien es cierto que la mayor parte de los escritos sobre educación matemática se ocupan de la enseñanza, dejando poco espacio para la reflexión sobre la enseñanza, también es cierto que muchas ideas didácticas se han desarrollado y consolidado en los últimos años. Por ejemplo, incluyen la resolución de problemas, el aprendizaje basado en proyectos, en la estación, juegos en educación matemática, experimentos, demostraciones matemáticas, aplicaciones y modelización de sus procesos. Los conceptos de enseñanza y por supuesto aprendizaje son muy amplios y se basan principalmente en diferentes disciplinas relacionadas con la pedagogía, la didáctica y los campos relacionados con las matemáticas. Los educadores matemáticos creen que los estudiantes deben adquirir diferentes formas de conocimiento matemático en diferentes situaciones y para diferentes situaciones, tanto para su posterior aplicación como para reforzar estrategias didácticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por supuesto, esto requiere una búsqueda profunda de métodos de enseñanza adecuados y métodos especialmente adecuados para mejorar la calidad de la enseñanza. Los métodos y técnicas mencionados se pueden dividir en grandes grupos, lo que será uno de los objetivos de este trabajo.

Las matemáticas se aprenden de muchas maneras y a través de muchos medios, cada uno con su propia función; uno de ellos, el más frecuente y directamente utilizado, es el lenguaje natural. Hoy en día, la computadora y sus programas relacionados se han convertido en el medio artificial más popular para tratar diversos temas matemáticos, desde juegos y ejercicios educativos de matemáticas elementales hasta teorías y conceptos matemáticos complejos, especialmente en el campo de aplicación. Estas herramientas ayudan a los docentes a lograr buenos resultados en el desarrollo del proceso educativo y pedagógico. El aprendizaje se puede describir como un proceso activo que requiere no sólo el dominio de una determinada materia, en nuestro caso los conocimientos matemáticos básicos que adquirirá el estudiante, sino también conocimientos que prueben o expliquen los conceptos más refinados y rigurosos necesarios para comprender el mundo. . matemáticas, pero debe dominar plenamente las habilidades y destrezas necesarias para desempeñarse bien como profesor de matemáticas.

El trabajo con la lógica

El sistema educativo no nos ha enseñado a pensar crítica y creativamente. Nos hemos vuelto tan dependientes de los algoritmos, como la suma, la resta, la multiplicación y la división, para resolver problemas cotidianos que nos cuesta aplicar el sentido común en las situaciones de resolución de problemas. Estamos restringidos de ser innovadores en la búsqueda de soluciones, ya que constantemente se nos presentan problemas que pueden resolverse utilizando estos algoritmos. Incluso cuando estos algoritmos están automatizados, tendemos a caer en la rutina y cometer errores sin darnos cuenta. Nos obsesionamos con el resultado final y pasamos por alto la importancia de representar los datos con precisión, lo que dificulta nuestra comprensión del problema. Por ejemplo, si un dibujo de un edificio no representa con precisión la información dada en el problema, el maestro debe considerarlo una mala representación que agrega poco o ningún valor.

Es preocupante que los maestros parezcan más preocupados por presentar los problemas de una manera que se adapte a nuestras preferencias en lugar de asegurarse de que realmente entendamos el problema. Esto crea dificultades innecesarias en la enseñanza y el aprendizaje. La resolución de problemas es un área que a menudo genera controversia, pero es crucial reconocer su valor educativo. Como afirma Pólya, cada problema resuelto conduce a un descubrimiento, y la resolución de problemas requiere que el alumno incorpore conocimientos previos. Por lo tanto, la resolución de problemas no solo ayuda a encontrar soluciones sino que también facilita el aprendizaje. Un problema de matemáticas es una tarea que individuos o grupos quieren o necesitan encontrar una solución, pero carecen de un procedimiento accesible y adecuado para hacerlo.

Los problemas estándar implican principalmente la resolución de operaciones aritméticas. Su objetivo principal es reforzar la comprensión de las operaciones básicas y su aplicación práctica en situaciones cotidianas. Por otro lado, los problemas de proceso van más allá del simple uso de algoritmos y requieren la implementación de varias estrategias y procedimientos de resolución de problemas. Este tipo de problema promueve el desarrollo de habilidades de razonamiento y fomenta la discusión entre los estudiantes.

En los libros de texto se suelen presentar varios tipos de problemas, una clasificación común de estos problemas obedece a la distinción que hacen entre "problemas estándar" y "problemas de proceso". Sin embargo, también existen otros tipos de problemas que son reconocidos por diferentes autores, que los categorizan además como "ejercicios de reconocimiento", "ejercicios algorítmicos", "problemas de aplicación", "problemas de búsqueda abierta" y "situaciones problemáticas".

Resolver un problema requiere la utilización de varias habilidades cognitivas. Estos incluyen leer, identificar, comparar, clasificar, observar, analizar, sintetizar, reflexionar, planificar el proceso de resolución, representar mentalmente, aplicar (transferir), codificar, recopilar información, inferir, establecer y razonar estrategias y procedimientos, y revisar y modificar los planificar si es necesario. Finalmente, el solucionador de problemas debe verificar la solución y comunicar efectivamente los resultados.

Pólya introdujo un enfoque de cuatro pasos para la resolución de problemas, basado en sus observaciones como profesor de matemáticas. El primer paso es comprender el problema, lo que implica recopilar información sobre el problema e identificar qué se desconoce y qué datos y condiciones se dan. El segundo paso es hacer un plan, donde el solucionador de problemas trata de encontrar un método de solución basado en sus experiencias pasadas (Valverde et al., 2022). Este paso implica reformular el problema o reorganizar los datos para relacionarlos con experiencias previas. El tercer paso es ejecutar el plan siguiendo cada paso y comprobando si la solución es correcta. Finalmente, el cuarto paso es analizar el plan y reflexionar sobre su efectividad. El solucionador de problemas puede tratar de verificar el resultado utilizando otro método o considerar cómo se puede aplicar la solución a otros problemas.

En última instancia, el objetivo principal de la educación debe ser estimular el pensamiento crítico y las habilidades de razonamiento. Este principio es válido en cualquier entorno educativo y cultura. Para ilustrar la importancia de las matemáticas, reflexionemos sobre una actividad sencilla en la que no necesitamos aplicar ningún algoritmo sino usar el sentido común. Por ejemplo, al darnos cuenta de que todos los números mencionados en la actividad comienzan con la letra "d", podemos deducir que el siguiente número será doscientos: dos, diez, doce, dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve, doscientos. Este mismo concepto se aplica a Brasil y Portugal, donde los números dois, dez, doze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove y duzentos siguen el mismo patrón. Esto destaca la importancia de las matemáticas en diversas culturas y sistemas educativos.

A pesar de que las matemáticas son un lenguaje universal sin ambigüedades, siguen siendo un tema que plantea desafíos para muchos estudiantes en las escuelas. Esto puede atribuirse a explicaciones inadecuadas de los maestros, lo que contradice nuestros intentos de comunicar nuestro planeta a través de las matemáticas a otros seres inteligentes. Es crucial reconocer que la grandeza y las limitaciones de la humanidad se pueden entender gracias a las matemáticas.

Las matemáticas juegan un papel importante en nuestras vidas, ya que sirven como representación, explicación y predictor de la realidad. A menudo es necesario utilizar ayudas visuales, como mapas conceptuales o gráficos, junto con explicaciones verbales para simplificar conceptos complejos que pueden ser difíciles de comprender para las personas. El proceso de aprendizaje de las matemáticas debe centrarse en promover el pensamiento lógico-matemático e incorporar diversos recursos y experiencias didácticas. Al hacerlo, fomenta la participación de diferentes inteligencias, incluidas las inteligencias visoespacial, cinestésica corporal, musical, lingüístico-verbal, naturalista, interpersonal e intrapersonal, ya que todas contribuyen al desarrollo de habilidades para la toma de decisiones.

Metodología para enseñanza de las matemáticas

La enseñanza de las matemáticas es un área en la que muchas personas están interesadas en investigar. La sociedad moderna exige conocimientos matemáticos, es difícil encontrar áreas del conocimiento donde las matemáticas no penetren. Los estudios (Lapinkte, Mead y Philips, 1989) muestran la mayoría

Aquellos que no alcanzan el nivel mínimo del alfabeto para operar en la sociedad moderna, encuentran matemáticas aburridas y complejas y se sienten inseguros al resolver problemas aritméticos simples; Por otro lado, la presencia de conocimiento matemático se convierte en un filtro selectivo importante del sistema educativo. Esta situación está aumentando y actualmente estudiando la educación matemática se centrará en crear y desarrollar estructuras

Las actividades oficiales crean la relación entre la cultura matemática que experimenta un niño, más transparente antes de comenzar la educación obligatoria y el conocimiento matemático sobre la naturaleza oficial transmitida por la institución. Una comprensión completa y profunda de los conceptos básicos de la disciplina requiere el conocimiento de su historia, ya que muestra el proceso dinámico de la actividad científica como un desarrollo constantemente abierto y así despertar el pensamiento lógico en el sujeto que adquiere las actitudes y sobre todo las habilidades metodológicas correspondientes al método científico; es por tanto necesario partir del desarrollo histórico y epistemológico de las matemáticas como ciencia (Bunge, 1969).

La historia de las matemáticas es una herramienta cultural que enriquece su enseñanza, este enfoque de la historia de las matemáticas como ciencia nos dice que la evidencia visual es la base para aceptar nociones de que las fórmulas informales e intuitivas preceden y sirven al servicio detrás de las matemáticas y la forma precisas; Sin embargo, esta trayectoria no está establecida en cómo enseñarlo, pues existe una fuerte tendencia hacia la deducción lógica en la enseñanza de las matemáticas que deriva en el conocimiento matemático a través de una serie de características que no se corresponden con la naturaleza dinámica y evolutiva de la perspectiva.

Las matemáticas son una de las materias científicas más difíciles para los estudiantes. Esta es la razón por la que las carreras que requieren que los estudiantes utilicen las matemáticas tienen la menor matrícula de estudiantes. En la mayoría de los casos, aparece una indiferencia generalizada hacia la fobia a las matemáticas, que implica llevar a los estudiantes a su espacio de aprendizaje. El razonamiento analítico requiere que el cerebro domine muchos niveles de pensamiento (Juncosa, 2004). Sin alcanzar la madurez en los niveles anteriores de pensamiento, la tarea de alcanzar un nivel analítico de pensamiento se vuelve más difícil.

La pedagogía reflexiva de la educación se ocupa del sujeto y de otras personas, de la enseñanza, el aprendizaje y la escuela. Los autores explican que la pedagogía es una filosofía sin escuelas, por tanto preocupada por las relaciones sociales de carácter científico, aprendiendo como resultado del aprendizaje de los conocimientos desarrollados en la sociología. La educación primaria en nuestro país está regulada y orientada en el currículo de cada país, basándose en un currículo con un enfoque educativo humanista e intercultural, en el que se considera al individuo con capacidades cognitivas, su cultura social y emocional como centro de atención. Otra característica es que el colegio considera como uno de sus principios el aprendizaje holístico, enfocado en el desarrollo del cuerpo y el mantenimiento de la salud física y mental, es decir, que los estudiantes demuestren una actitud positiva a través de actividades que promuevan un aprendizaje físico, integral y saludable. como espíritu. mental y físicamente. principalmente social y emocional.

La responsabilidad de comprender lo que se menciona en las líneas anteriores, son básicas en diferentes sistemas educativos del mundo y amenazan con crear niveles y métodos de integrar estos sistemas. En los últimos cuarenta años, los trabajos matemáticos han podido desarrollarse significativamente y se han convertido en un tema de gran importancia para la investigación en el campo de la educación, promover el diseño y la aplicación de políticas educativas. Los resultados de los resultados detallados entre la conciliación de los maestros. Los profesores tienen un papel especial en la enseñanza de las matemáticas porque deben organizar el aprendizaje individual o grupal y la determinación, la responsabilidad y la actitud tienen un gran impacto para garantizar que los resultados y el logro de los estudiantes sea óptimo.

Esta disposición y motivación para enseñar matemáticas proviene de las habilidades, experiencias, conceptos, ideas y habilidades del docente relacionadas con este proceso. Por lo tanto, conocer y comprender la visión que el docente tiene sobre la educación matemática es un factor importante a la hora de analizar las distintas variables involucradas y afectadas. Por lo tanto, los autores pretenden lograr un enfoque fenomenológico centrado en examinar el significado de las experiencias afectivas en la enseñanza de los profesores de matemáticas. Las matemáticas didácticas ofrecen muchas definiciones diferentes; Pero su principal característica es la complejidad. El objetivo específico de este estudio es examinar los aspectos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje en este campo, así como desarrollar programas dirigidos a mejorar estos procesos.

Es importante que la teoría de la educación matemática desarrolle un enfoque integrador de la educación matemática que debería verse de manera integral como un sistema interactivo que incluye investigación, desarrollo y práctica. Por lo tanto, el docente juega un papel fundamental y protagonista en este proceso, porque depende de su determinación, intereses y, sobre todo, de sus capacidades personales y profesionales en todos los aspectos que principalmente posee. Además, cuando se trata de involucrar a los estudiantes durante el proceso de enseñanza, primero se debe responder a la pregunta: ¿cuál es la mejor manera de enseñar matemáticas?, demostrando que la experiencia del docente en este proceso es importante.

El docente es el factor más importante en el proceso de transformación del conocimiento en conocimiento, y además juega un papel clave porque es el docente quien transmite directamente los contenidos, principios y valores que forman la base de la educación. Es importante que los docentes sean conscientes de la gestión emocional, principalmente en las interacciones diarias con los estudiantes, por lo que es necesario practicar estrategias de automotivación, gestión del estado de ánimo, expresión de empatía y habilidades de escucha resolutiva y gestión de conflictos que tienen lugar en el aula.

El trabajo del docente en el aula, caracterizado por la planificación didáctica de la enseñanza y la innovación pedagógica, se ha convertido en uno de los pilares que explican la interacción en el aula. Sin embargo, la historia muestra la existencia de prácticas que sólo pueden entenderse en términos de las orientaciones y conceptos que las guían y el entorno en el que se desarrollan. El aspecto afectivo de las matemáticas muestra que no sólo el componente de conocimiento de una determinada materia sino también la presencia de varios elementos como las cogniciones, emociones, creencias, actitudes y valores sobre la materia; juega un papel esencial en el éxito de los estudiantes (Martínez, 2005).

Este constructo se ha desarrollado y explorado, al igual que direcciones de investigación en educación matemática, como los aspectos afectivos de las matemáticas y las contribuciones educativas de enfoques teóricos implícitos o subjetivos. Un concepto es una estructura mental general que incluye creencias, significados, conceptos, imágenes mentales, preferencias y gustos. En este sentido, para un docente, los conceptos incluyen una estructura en la que cada docente da su conocimiento y luego enseña o imparte ese conocimiento a sus alumnos.

Se cree que los conceptos pueden estar determinados por la percepción o visión que tiene el docente. él debe tenerlos. Así, las creencias sobre el valor de los contenidos y procesos del aula conducirán a interpretaciones, decisiones y acciones; Por lo tanto, estos factores se considerarán al tomar decisiones sobre textos, estrategias de enseñanza y evaluaciones.

El diálogo es un elemento muy importante de este método, porque gracias a él, las personas pueden participar en los centros del estudio de las actividades, el diálogo significa hablar de él no solo en el intercambio de información laboral, sino también en el intercambio de emociones y valores, el diálogo es un Manera de aprender, cómo se proporciona el problema y cómo se relacionan la vida y las cosas básicas de las actividades.

Además de participar en las reuniones de diálogo como parte de la participación, la investigación, incluidas todas las personas tradicionales para personas altamente calificadas en la investigación tradicional, incluidas las preguntas de desarrollo de tabla, la gestión de datos y la recopilación, uso, uso y uso de estas herramientas se analizan documentos para encontrar Una medición del problema, las acciones colectivas realizadas en TI, todos los participantes del proyecto conocen los objetivos y la lógica de los problemas y, por lo tanto, pueden compartir este conocimiento con los demás. Este último enfoque de investigación introduce varios atributos defendidos por los educadores, incluida la educación emancipadora, las relaciones de poder, la validación del conocimiento y el conocimiento ancestral.

En epistemología, la dirección de la investigación en pedagogía matemática, utilizando métodos como la investigación-acción, está asociada con un modelo empirista-idealista que niega la neutralidad, la independencia y la objetividad del conocimiento. Basado en algunos puntos metafísicos mencionados anteriormente, se puede considerar no solo un estudio de investigación basado en la descripción y la explicación del conocimiento matemático, que aparece en las instalaciones culturales o la práctica social, sino que también puede ser un estudio de la educación social y la educación de la legalidad. y democratización del conocimiento en la comunidad.

El propósito de una metodología innovadora es presentar sus características, capacidades y limitaciones en cada una de estas categorías, de igual manera se espera que la comunidad académica sistematice las investigaciones realizadas en este campo según estas categorías en cada país, ya que esto puede mostrar la historia y desarrollo de este campo de estudio en cualquier contexto, lo que arroja luz sobre sus predicciones y su futuro.

En la escuela moderna, se enseñan patrones repetidos y comprender su estructura tiene un impacto positivo en el desarrollo matemático temprano al proporcionar una base importante para el pensamiento algebraico. Desarrollar un concepto de patrón implica reconocer el principio subyacente e identificar consciente y funcionalmente la unidad que se repite (Gatti, 2014). Es necesario centrarse en realizar tareas según modelos que brinden a los estudiantes la oportunidad de pasar del pensamiento recursivo al pensamiento funcional, es decir, observar la conexión secuencial de elementos que forman una cadena para lograr la abstracción de manera dirigida, acompañante y corporal. la estructura interna de su núcleo.

¿Qué significa representación en matemáticas? La creciente evolución de la representación de ideas y procesos matemáticos va de lo concreto a lo abstracto, de modo que puede adoptar muchas formas diferentes a través de objetos físicos, lenguajes naturales, figuras, imágenes y símbolos comunes. Por lo tanto, se debe respetar y fomentar el proceso de representación para aprender cómo los símbolos representan un objeto, situación o idea matemática. Por esta razón, se cree que no se sabe que un individuo puede movilizarse sin una actividad representativa. De manera similar, en términos de representación como proceso matemático que demuestra la comprensión del estudiante, este proceso juega un papel fundamental en la adquisición y procesamiento del conocimiento por parte de cada individuo.

Con base en este modelo, nos esforzamos por enseñar matemáticas que establezcan conexiones entre representaciones para conectar de manera efectiva la comprensión conceptual y procedimental. Partiendo de esta base, conceptualizamos la representación en matemáticas como un proceso interconectado que nos permite captar de manera concreta, mediante el uso de símbolos, gráficos y/o lenguaje, diferentes lenguajes naturales, conocimientos y procedimientos matemáticos que poseen los estudiantes. De esta manera, es posible organizar, comprender y comunicar la naturaleza matemática de actividades realizadas previamente a nivel educativo y social.

Lenguaje matemático: concepciones docentes desde una perspectiva de la formación

La formación de profesores de matemáticas competentes comienza necesariamente con el dominio y la comprensión del contenido que enseñan, la capacidad de gestionarlo y aplicarlo adecuadamente y la capacidad de comunicar, a menudo sobre el contenido matemático. En América Latina, el porcentaje de estudiantes que se están preparando para convertirse en docentes de matemáticas, no tienen suficientes habilidades matemáticas que deberían desarrollarse durante la capacitación y son necesarios para la educación superior: comprensión del lenguaje matemático, el pensamiento estratégico, las oportunidades de comunicación, la lógica formal y la etnomatemática.

Por lo tanto, durante la capacitación inicial de los docentes de matemáticas, tanto la contribución al conocimiento sobre el contenido como el desarrollo de las competencias para la gestión, la aplicación y la comunicación son relevantes. Sin embargo, la capacidad de comunicación no solo está relacionada con la implementación efectiva de las estrategias de aprendizaje en el proceso de práctica profesional, sino que también es capaz de mostrar el dominio correcto del concepto de las inteligencias múltiples.

La educación matemática se desarrolla con frecuencia en centros de capacitación iniciales que no se integran con la capacitación científica, la investigación, la evaluación continua y la sistematización de experiencias docentes. De hecho, las estrategias de evaluación son una oportunidad valiosa para demostrar la capacidad pedagógica que tienen y desarrollar experiencias y debates socializados para transferir el conocimiento que tienen a sus estudiantes. De hecho, la comunicación de contenidos matemáticos hoy en día se considera una parte esencial de la enseñanza y una competencia profesional indiscutible en la formación docente.

Dado que la comunicación en el dominio de contenidos matemáticos es un factor valioso que determina el éxito de la enseñanza en el aula, ciertamente existe la necesidad de fortalecer este aspecto en el proceso de enseñanza inicial. La comprensión del lenguaje matemático, así como el resto de los procesos matemáticos básicos en la preparación de un estudiante en el arte de resolver problemas matemáticos, debe incluirse en el currículo docente. El plan de estudios a través del lenguaje continuo y el desarrollo simbólico, le permitirá comunicarse de acuerdo con las ideas matemáticas. Por lo que los programas de capacitación iniciales de los docentes deberían incluir estos procesos, tanto desde el punto de vista de las habilidades de contenido como de la capacidad analítica de procesar la información. La investigación acción participativa en matemáticas y enseñanza de las aplicaciones, incluye el conocimiento del lenguaje matemático, el uso de conceptos y procedimientos matemáticos en la comunicación, el reconocimiento de su significado, la expresión, interpretación y evaluación de ideas, construir, interpretar y combinar métodos alternativos y tradicionales (Quintana y Hermida, 2020).

Todos estos procesos cognitivos y reflexivos forman la base para gestionar las actividades de instrucción en el aula. No obstante, la orientación del Departamento amplía y profundiza el desarrollo de competencias en esta área, explicando que deben: utilizar diferentes representaciones o simbologías para crear, representar y expresar ideas matemáticas; utilizar y transformar estas ideas desde distintas perspectivas.

Uno de los mayores desafíos en la enseñanza de matemáticas es lograr que los estudiantes utilicen lo que han aprendido de manera efectiva, por ejemplo para resolver problemas. Teniendo esto en cuenta, los investigadores han intentado explicar cómo piensan los estudiantes sobre el procesamiento de la información y han intentado responder a esta pregunta desde una perspectiva metacognitiva. El mensaje se centra en el fenómeno de la metacognición en el aula y toma la continuidad como base de elementos teóricos, marcos interpretativos y métodos restaurativos.

¿Cómo los docentes utilizan el lenguaje matemático en el aula? El lenguaje es una herramienta fundamental que permite la comunicación efectiva entre docente y estudiante. En este libro, se examinan las concepciones docentes del lenguaje matemático desde una perspectiva de la formación. El lenguaje matemático es el sistema de signos y símbolos que utilizamos para expresar conceptos y relaciones en matemáticas. Es esencial para la resolución de problemas y la comprensión de los principios matemáticos. Los docentes deben ser conscientes de su rol como mediadores entre los conceptos abstractos y los estudiantes, utilizando el lenguaje matemático de manera clara y precisa.

Como docentes, se debe mediar el lenguaje matemático para que los estudiantes puedan comprender los conceptos de manera adecuada. Esto implica adaptar el lenguaje a las necesidades y niveles de los estudiantes, evitando el uso de términos técnicos o conceptos abstractos que puedan ser confusos. El uso del lenguaje matemático en el aula no se limita a explicar los conceptos, sino que también implica la práctica constante. Los docentes deben promover la resolución de problemas, el trabajo en equipo y la comunicación entre los estudiantes, utilizando el lenguaje matemático como herramienta para desarrollar el pensamiento crítico y la capacidad de razonamiento. Es común que los estudiantes encuentren barreras en el lenguaje matemático, ya sea por dificultades de vocabulario o por la falta de comprensión de los conceptos. Los docentes deben ser conscientes de estas barreras y buscar estrategias para superarlas. Pueden utilizar analogías, metáforas o ejemplos cotidianos que faciliten la comprensión de los conceptos matemáticos.

La formación docente es fundamental para desarrollar las habilidades necesarias en el uso del lenguaje matemático. Los docentes deben estar actualizados en los contenidos y las metodologías de enseñanza de las matemáticas, y deben recibir formación específica en el uso del lenguaje matemático. Esta formación les permitirá ser más efectivos en la enseñanza de los conceptos matemáticos y en la comunicación con los estudiantes (Casasola, 2020).

En este contexto, el lenguaje matemático es una herramienta fundamental en la enseñanza de las matemáticas. Los docentes deben ser conscientes de su importancia y tener claras concepciones sobre su uso en el aula, mediante la práctica constante y la formación docente, es posible superar las barreras del lenguaje y facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes. Un lenguaje matemático claro y preciso contribuye a desarrollar el pensamiento crítico y la capacidad de razonamiento de los estudiantes, preparándolos para enfrentar los desafíos de la sociedad actual.

Pensar es un proceso complejo que implica crear las representaciones mentales necesarias para actuar. Este proceso requiere una variedad de actividades mentales, que incluyen, entre otras, identificar, organizar, analizar, sintetizar, comparar, abstraer, generalizar, codificar, decodificar y clasificar. Estas clases nos permiten desarrollar las habilidades de pensamiento lógico matemático necesarias para comprender y utilizar el contenido de la materia.

Tanto los profesores como los estudiantes necesitan comprender y mejorar estas habilidades de pensamiento a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje. El conocimiento se adquiere seleccionando información relevante y eliminando información innecesaria, así como organizando y enfocando nuestros pensamientos, aunque no siempre seamos conscientes de los principios subyacentes a esta versión.

La cognición se refiere a las actividades mentales involucradas en el procesamiento de la información recibida que ocurre en un entorno académico a través de diversos canales, como la comunicación oral o escrita. Este proceso cognitivo incluye atención, codificación y recuperación de información, lo que conduce a resultados. La metacognición está estrechamente relacionada con la cognición e incluye las actividades, operaciones y funciones cognitivas que los humanos utilizan para adquirir, crear y evaluar información (Barca-Lozano, 2012). También permite el autoconocimiento, el seguimiento y la adaptación de los propios conocimientos.

En los primeros ciclos de la educación, los estudiantes comienzan a utilizar actividades mentales y el pensamiento lógico para analizar eventos y objetos de su entorno. Esta capacidad de utilizar la lógica y el razonamiento les permite abordar los problemas de forma más sistemática que los niños en la etapa preoperacional. Según Piaget, en la fase de operación concreta tienen lugar una serie de acontecimientos. Primero, tu pensamiento se vuelve menos rígido y más flexible. El niño comprende que las actividades se pueden revertir o deshacer mentalmente. Esto significa que pueden devolver un estímulo, como el agua vertida en un frasco, a su estado original simplemente cambiando la acción. Como resultado, tus pensamientos se vuelven menos egoístas y más difusos. Un niño en la escuela primaria puede centrarse en varias características de un estímulo al mismo tiempo. En lugar de centrarse únicamente en estados estáticos, ahora pueden sacar conclusiones sobre la naturaleza de las transformaciones.

Para Piaget (1975), el proceso lógico y el lenguaje matemático se enfatizan en la construcción del concepto de conocimiento, dividido por la relación entre los objetos y los resultados del desarrollo del tema. Esto significa que los niños crean conocimiento, coordinan con relaciones simples que se han creado entre objetos, verlos desde ese momento, lograr la unión del aprendizaje de mandarín. Peso, integración, autonomía, integral. Por lo tanto, Ausubel et al. (1998) se le ocurrió una idea interesante cuando afirmó que el entrenamiento se basaba en la reestructuración positiva de los procesos espirituales que surgen en su estructura cognitiva. Esto significa que la interacción entre la información, los conocimientos previos y las características personales de una persona hace que su aprendizaje sea autónomo y mantenga conexión con los objetos y el entorno donde trabaja.

Cabe señalar que Vygotsky y Suberman (2012), en su teoría sociocultural basada en el aprendizaje significativo, sostienen que todo aprendizaje escolar está fundamentado. Por tanto, el niño, al interactuar con el entorno, formará naturalmente las ideas y estructuras cognitivas que se desarrollan durante la educación escolar. Así, el proceso de enseñar y aprender matemáticas desde un contexto no matemático, como señala Bolaño (2020), debemos pensar en cómo abordar situaciones problemáticas de un cierto nivel de complejidad en las que los estudiantes trabajarán durante un período determinado de tiempo. tiempo y con diferentes estrategias de aprendizaje, como proyectos o aplicaciones. Las etapas de trabajo de la asignatura cubren las complejidades de la vida cotidiana de los niños y permiten el desarrollo de una amplia gama de contenidos matemáticos y no matemáticos, especialmente en otras áreas como el lenguaje, las ciencias, entre otras.

De esta manera, además de conocimientos específicos, los estudiantes pueden adquirir conexiones y unificaciones entre conocimientos así como dominar procesos para resolver problemas complejos que suelen surgir en la vida del aula. En este caso, los contenidos matemáticos juegan un papel fundamental a la hora de explicar fenómenos y conectar conceptos de diferentes disciplinas científicas.

En este sentido, la educación matemática se ha vuelto concreta y en gran medida consciente de sí misma. Durante las últimas tres décadas, ha habido un crecimiento y consolidación de grupos en todo el mundo dedicados a estudiar problemas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, así como a desarrollar productos de investigación en matemáticas aplicadas, que puedan contribuir a resolver situaciones de aula en el contexto de la realidad social y cultural del educando. El enfoque estructural en matemáticas, ha dejado un rastro fuerte para la autoafirmación de la disciplina en sí misma, que es mostrar lo que la diferencia de otras disciplinas, para definir su propia identidad también debe mostrar sus relaciones inherentes. Soporte y desarrollo junto con otras materias. El término "educación matemática" nos recuerda continuamente que estamos ante una disciplina que tiene un pie en la educación y otro en las matemáticas. Esto, aunque parezca trivial, en realidad le da sentido a la acción y, como los conceptos básicos de la vida, es tan claro que tendrás que recordarlo a menudo para recordarlo siempre.

Conclusiones

A lo largo de la historia de la humanidad, el uso del pensamiento lógico-matemático ha jugado un papel crucial en el crecimiento intelectual. Asimismo, el desarrollo del pensamiento lógico en los bebés se apoya en actividades como agrupar y ordenar elementos, contar y analizar aspectos espaciales y temporales. Desde su introducción, el concepto de razonamiento matemático ha suscitado numerosas discusiones sobre sus orígenes, que han tenido importantes implicaciones para las prácticas docentes de los profesores de matemáticas. Dado que existen diferentes perspectivas respecto a la definición del pensamiento matemático-lógico, es importante identificar los enfoques más eficientes para promover su adquisición y comprensión en el campo de la educación matemática.

El pensamiento matemático-lógico trasciende el ámbito de las matemáticas y extiende su influencia a otras áreas del conocimiento. El plan de estudios escolar integra el pensamiento matemático y lógico en varias materias para que los estudiantes puedan reconocer las conexiones entre el conocimiento. Al enfatizar la importancia del razonamiento lógico y matemático en todas las disciplinas, los educadores pretenden fomentar las habilidades de pensamiento crítico y promover el aprendizaje holístico. Este enfoque reconoce que el pensamiento matemático lógico no se limita a resolver ecuaciones o realizar pruebas geométricas, sino que es una capacidad cognitiva fundamental que permite a las personas navegar y comprender el mundo que las rodea.

El pensamiento matemático-lógico juega un papel crucial en la adquisición y consolidación de diversas habilidades matemáticas. Este tipo de pensamiento sirve como eje transversal y permite a las personas desarrollar diferentes tipos de pensamiento matemático, incluyendo el pensamiento aritmético, algebraico, geométrico, numérico y variacional (Bolaño, 2020). Por tanto, el pensamiento matemático-lógico sirve como eje transversal en el aprendizaje y consolidación de diversas habilidades matemáticas. Su aplicación conduce al desarrollo de diferentes tipos de pensamiento matemático y mejora las habilidades de resolución de problemas. Al fomentar este tipo de pensamiento, los educadores pretenden fomentar las habilidades de pensamiento crítico y proporcionar a los estudiantes herramientas valiosas para el aprendizaje permanente.

La capacidad de pensar lógica y matemáticamente va más allá de meros cálculos numéricos o conceptos matemáticos y abarca una amplia gama de conocimientos y contextos de la vida cotidiana. El concepto de pensamiento matemático-lógico se basa en la creencia de que los bebés realizan diversas actividades mentales en las que los cálculos son una herramienta clave para la toma de decisiones y la resolución de problemas en determinadas situaciones. Por el contrario, el razonamiento matemático incluye varios elementos que permiten a las personas utilizar estas habilidades de manera efectiva en tareas como cálculos, ordenar y establecer conexiones entre conjuntos.

En el ámbito académico, la cognición ocurre cuando interactuamos con información a través de diversos canales, como la comunicación oral o escrita. Consta de varios pasos que incluyen atención, codificación y recuperación que, en última instancia, conducen al resultado deseado. Por otro lado, la metacognición se refiere a la capacidad de regular y gestionar nuestro propio aprendizaje. Implica planificar y diseñar estrategias para el uso de enfoques en diferentes situaciones, monitorear el proceso de aprendizaje y evaluar su efectividad. De esta manera, podemos identificar posibles deficiencias y aplicar este conocimiento a actividades futuras.

La metacognición abarca una amplia gama de actividades y funciones cognitivas que los humanos llevan a cabo utilizando mecanismos mentales internos. Nos permite recopilar, crear y evaluar información, así como comprender, monitorear y regular nuestro propio conocimiento (Osses y Jaramillo, 2008). La línea entre cognición y metacognición a veces puede volverse borrosa porque están relacionadas, la última se define como el conocimiento que tenemos los humanos sobre su propia cognición y la capacidad de regularla. En conclusión, para participar en la metacognición, las personas primero deben comprender sus propios procesos cognitivos y participar en procesos mentales para aprender cómo funcionan sus funciones cognitivas.

Referencias bibliográficas

Acosta Triviño, G., Rivera Acevedo, L. y Acosta Triviño, M. (2009). *Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático.* FUNDACIÓN PARA LA EDUCACIÓN SUPERIOR SAN MATEO.

Alchourrón, C. E. (1995). Concepciones de la lógica. En Enciclopedia iberoamericana de filosofía (EIAF) volumen 7(pp. 11-47). Trotta.

Antunes, C. (2004). *Las Inteligencias múltiples como estimularlas y desarrollarlas.* México: Alfaomega.

Arboleda, L. C., (2002). El problema didáctico y filosófico de la desaxiomatización de las matemáticas. *Revista Colombiana de Filosofía de la Ciencia, 3*(7), 59-84.

Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1998). Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo. México: Editorial Trillas.

Ballester, P. (2004). *Evaluar y atender la diversidad de los alumnos desde las inteligencias múltiples.* Tesis doctoral (no publicada). Universidad de Murcia.

Barca-Lozano, A., Almeida, L. S., Porto-Rioboo, A. M., Peralbo-Uzquiano, M., & Brenlla-Blanco, J. C. (2012). Motivación escolar y rendimiento: impacto de metas académicas, de estrategias de aprendizaje y autoeficacia. *Anales de Psicología / Annals of Psychology*, 28(3), 848–859. https://doi.org/10.6018/analesps.28.3.156101

Barceló Aspeitia, A.A. (2003). ¿Qué tan matemática es la lógica matemática?. *Diánoia, XLVIII*(51), 3-28.

Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. Barcelona: Graó.

Bolaño, O.E. (2020). El constructivismo: Modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas. *Revista EDUCARE - UPEL-IPB - Segunda Nueva Etapa 2.0*, 24(3), 488–502. https://doi.org/10.46498/reduipb.v24i3.1413

Briceño Díaz, F. A., & Bonilla Botia, I. (2006). El punto "C" de los Algoritmos. Los Algoritmos y la Inteligencia Lógico Matemáticas. *PROSPECTIVA, 4*(1), 9-14.

Bueno, O. (2005). Dirac and the Dispensability of Mathematics. En Studies in History and Philosophy of Modern Physics. Núm. 36. pp. 465-490

Bunge, M.A. (1969). El planteamiento científico Reproducido de "La investigación científica. Su estrategia y su filosofía". Barcelona: Ediciones ARIEL.

Camacho, A., Sánchez, B.I., Blanco, R., & Cuevas, J. H. (2011). Geometrización de una porción del espacio real. *Educación Matemática,* 23(3), 123-145.

Casasola, W. (2020). El papel de la didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje universitarios. *Comunicación,* 29(1), 38-51. https://dx.doi.org/10.18845/rc.v29i1-2020.5258

Chandía, E., Huencho, A., Pérez, C., Ortiz, A., & Cerda, G. (2022). Habilidades cognitivas y sociales en la resolución de problemas matemáticos de forma colaborativa. *Uniciencia, 36*(1), 1-26.

Costa, M. A. (2022). Conhecimentos estruturantes para a formação de professores. *Olhar De Professor*, 25, 1–24. https://doi.org/10.5212/OlharProfr.v.25.20916.073

Dávila Newman, G. (2006). El razonamiento inductivo y deductivo dentro del proceso investigativo en ciencias experimentales y sociales. *Laurus, 12*(Ext), 180-205.

Defaz Cruz, G. (2017). El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos. Jo*urnal Of Science And Research: Revista Ciencia E Investigación,* 2(5), 14-17.

Doria, L. A. P., & Nisperuza, E. P. F. (2022). El aprendizaje basado en problemas (ABP) en la educación matemática en Colombia. Avances de una revisión documental. *Revista Boletín Redipe*, *11*(2), 318-328.

Enríquez., I. (2016). Las teorías del crecimiento económico: notas críticas para incursionar en un debate inconcluso. *Revista Latinoamericana de Desarrollo Económico,* (25), 73-125. http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2074-47062016000100004&lng=es&tlng=es.

Escamilla González, A. (2014). *Las inteligencias múltiples: Claves y propuestas para su desarrollo en el aula.* Barcelona: Graó.

Espinosa, D., (2008). La formación matemática en la educación superior. El Hombre y la Máquina, (31), 52-63.

Ferrándiz, C. (2003). *Evaluación y desarrollo de la competencia cognitiva: un estudio desde el modelo de las inteligencias múltiples.* Murcia: Servicio de Publicaciones: Universidad de Murcia.

Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M., & Prieto, M. D. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de Psicología, 24*(2), 213-222.

Gardner, H. (1983). *Frames of mind. New York: Basic Books. (Traducción castellano, Estructuras de la mente. La teoría de las Inteligencias Múltiples. México:* Fondo de Cultura Económica, 1987. Última Edición 2001).

Gatti, B. A. (2014). A formação inicial de professores para a educação básica: as licenciaturas. *Revista USP,* (100), 33-46. https://doi.org/10.11606/issn.2316-9036.v0i100p33-46

Gómez, R. (2012). *La web 2.0 como herramienta didáctica de apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje.* Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid. España.

Guzmán y Castro. (2005). *La Red Universal Digital.* Ed. Ramón Areces, Madrid.

Hurtado., L. (2017). Revisión de las definiciones de proposición y enunciado en su relación con las matemáticas. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria,* 11(1), 207-218. https://dx.doi.org/10.19083/ridu.11.481

Jaramillo, L.M., & Puga, L.A. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia, colección de Filosofía de la Educación,* 21(2). https://doi.org/10.17163/soph.n21.2016.01

Juncosa, J. J. (2004). Apuntes de una revisión psico-analítica: la transferencia en el pensamiento pos-moderno. *Avances en Salud Mental Relacional*, 3(1). 1-11

Kramer, E.E. (1982). *The Nature and Growth of Modern Mathematics.* Princeton University Press, Princeton.

Laínez Mora, K. (2017). I*ncidencias de las estrategias metodológicas activas en el desarrollo del pensamiento lógico matemático de la básica Media de la Escuela de Educación Básica Dr. Carlos Camacho Navarro*. [Proyecto de grado, Universidad de Guayaquil].

Larreal Bracho, A. J. (2015). Herramientas de comunicación para el desarrollo de la inteligencia lógica matemática. *Opción, 31*(3), 715-734.

Luca, H. (s/f). La formación del profesorado como docentes en los espacios virtuales de aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación, 36*(1).

Martínez, O.J. (2005). Dominio afectivo en educación matemática. *Paradígma,* 26(2), 7-34. https://www.etnomatematica.org/publica/articulos/05-DAEM-Paradigma,%20Definitivo,Dic,2005.pdf

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition. WH Freeman.* Times Books/Henry Holt & Co.

Mora, C. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía,* 24(70), 181-272. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002&lng=es&tlng=es.

Mora, C.D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía,* 24(70), 181-272. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002&lng=es&tlng=es.

Morado, R. (1984). *La rivalidad en lógica*. Diánoia, Fondo de Cultura Económica/UNAM, México.

Olivé, L., Tamayo, R. P., Olive, L., & Tamayo, R. P. (2011). Temas de ética y epistemología de la ciencia. FCE - Fondo de Cultura Económica.

Oliver, E., & Cerecedo, M.T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana De Educación,* 47(5), 1-11. https://doi.org/10.35362/rie4752270

Osses, S., & Jaramillo, S. (2008). Metacognicion: Un Camino Para Aprender A Aprender. *Estudios pedagógicos (Valdivia),* 34(1), 187-197. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052008000100011

Piaget, J. (1969). *Science of Education and the Psychology of the Child. Paris:* Editions Denoel.

Piaget, J. (1975). El desarrollo del pensamiento. Buenos Aires: Paidós.

Pino, M., & Arán, V. (2019). Concepciones de niños y niñas sobre la inteligencia ¿Qué papel se otorga a las funciones ejecutivas y a la autorregulación?. *Propósitos y Representaciones,* 7(2), 269-303. http://dx.doi.org/10.20511/pyr2019.v7n2.281

Polya, G. (1987). *Cómo plantear y resolver problema*s. Editorial Trillas.

Puga, L., Rodríguez, J., & Toledo, A. (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia, colección de Filosofía de la Educación,* 20(1), pp. 195-218.

Quintana, L., & Hermida, J. (2020). La hermenéutica como método de interpretación de textos en la investigación psicoanalítica. *SSRN*. http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3593031

Quiridumbai, M. N. T., & Fernández-Reina, M. (2022). Concepciones sobre el pensamiento lógico matemático: una revisión teórica. *Impacto Científico, 17*(1), 123-138.

RELPE. 2010. Aprendizaje cooperativo e interacción asíncrona textual en contextos educativos virtuales. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación, 36*.

Resnick, B., Ford, W., & Pareja., A. (2010). La Enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidós.

Sánchez Huete, J. C. (2014). La inteligencia lógico matemática: Las matemáticas no se aprenden, se hacen razonando. *Educación y futuro: revista de investigación aplicada y experiencias educativas*.

Valbuena-Duarte, S., Padilla-Escorcia, I., & Rodríguez-Bossio, E. (2021). Reconocer la inteligencia lógico-matemática en estudiantes con capacidades excepcionales. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED,* (49), 53-72.

Valverde, Y. del S., Valverde, O.O., & Vallejo, S.P. (2022). El Método Polya como estrategia pedagógica para la resolución de problemas matemáticos. *Revista Científica Ecociencia*, 9(5), 105–130. https://doi.org/10.21855/ecociencia.95.717

Vygotsky, L. S., & Souberman, E. (2012). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores (No. 159.92 VYG).

Zapatera, A. (2018). Cómo alumnos de educación primaria resuelven problemas de generalización de patrones. Una trayectoria de aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 21*(1), 87-115.

MAR CARIBE

EDITORIAL

Depósito Legal Nro.: 202310620
+51 932 604 538
contacto@editorialmarcaribe.es

LIBRO DE INVESTIGACIÓN

EL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

CONCEPCIONES Y ENSEÑANZA EN EL AULA DE CLASES